chapter (3):

The (5) stages we need to solve any OR case study :

1) understand the prob 3) develop the mathmatical model

2) Collect data 4) find the solution (sol) 5) validate our mathmatical model

* any mathmatical model consists of 3 parts:

1) DV → decission variables

2) obj → objective

3) subject to (constrains)

* بشايتر ٣ عنا متباينات مش معادلات ، عشان هيك الحل راح يكون بال ← (graphical methods)

* ال [optimum solution] هو وحدة من ال corners إلي بالرسمة ال (feasible) .

* ال [convex space] هو لما أقط خطين بـ space وأوصل بينهم ، وكل النقاط بهاد الخط يكون جوا هاد ال space .

problem 3.1-7 :

Dv :

x_1 : num of type 1 windows to be produced per day

x_2 : num of type 2 windows to be produced per day

obj : max profit

$\max Z = 300x_1 + 150x_2$

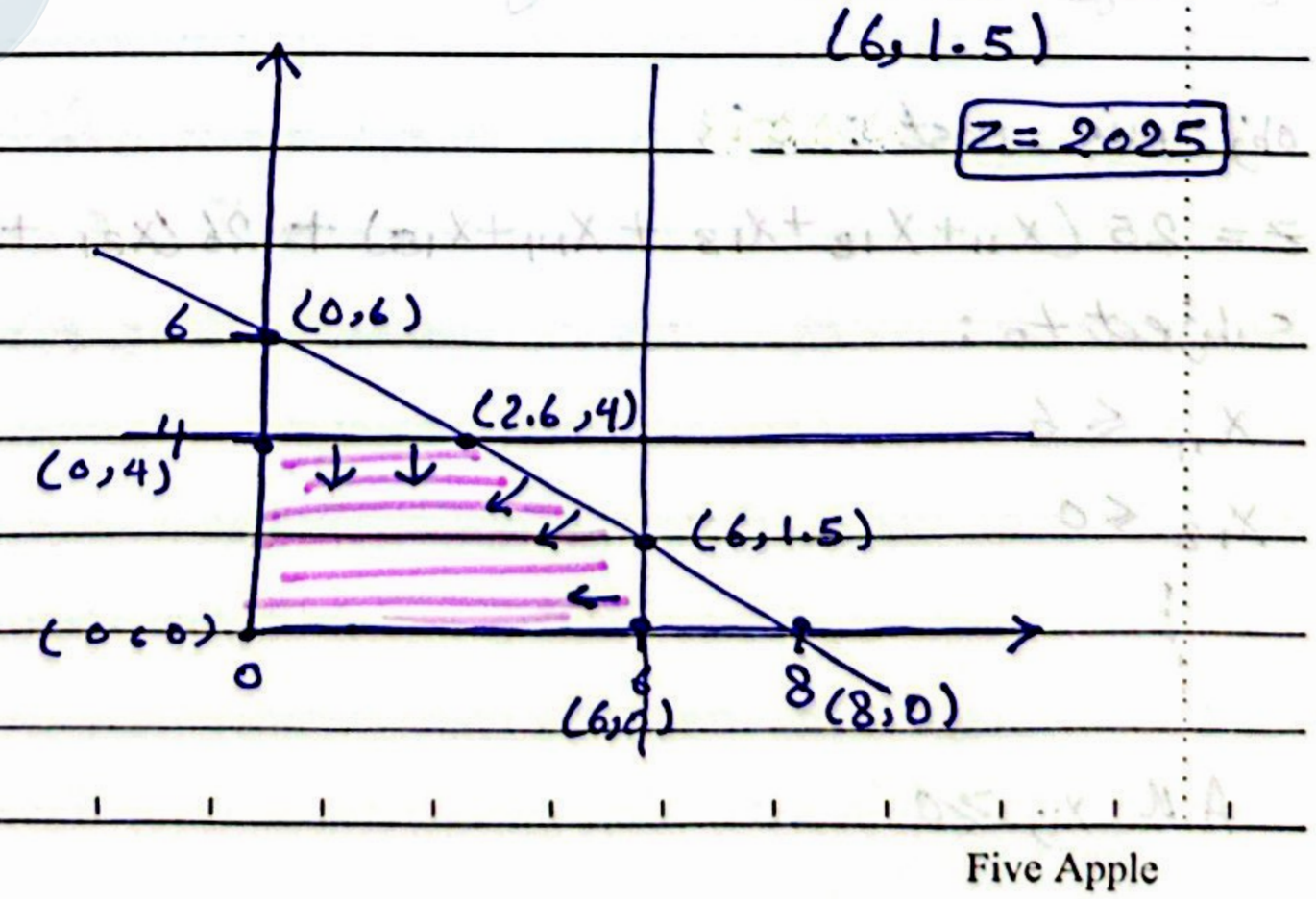
Subject to :

$x_1 \leq 6$

$x_2 \leq 4$

$6x_1 + 8x_2 \leq 48$

$x_1 \geq 0 \; , \; x_2 \geq 0$



Five Apple

Scanned with CamScanner

Problem 3.1-10:

D.V: X_1 : num of units of hot dogs that need to be produced per week

X_2 : " buns "

obj : max profit $Z = 0.88X_1 + 0.53X_2$

$0.1X_2 \leq 200$

$\frac{1}{4}X_2 \leq 800$

$3X_1 + 2X_2 \leq 540 \; 460$ → كتبان min ال

$X_1, X_2 \geq 0$

Problem 3.2-3: بالكتاب

Problem 3.4)15:

Dv

X_{ij} = num of hours that operator i will work on day j

i = 6 operators

j = days --- mon to friday

obj min cost : min

$Z = 25(X_{11} + X_{12} + X_{13} + X_{14} + X_{15}) + 26(X_{21} + X_{22} + X_{23} + X_{24} + X_{25}) + \ldots\ldots$

Subject to:

$X_{11} \leq 6$

$X_{12} \leq 0$

⋮

All $X_{ij} \geq 0$

Scanned with CamScanner

Problem 3.4)15)

DV:

X_{ij} = num of hours that operator i will work on day j

i = 6 operators

j = days ..... mon - fri (5 days)

5 days في operator كل 30 = DV عدد ال

obj: min cost

min $Z = 25(X_{11} + X_{12} + X_{13} + X_{14} + X_{15}) + 26(X_{21} + X_{22} + X_{23} + X_{24} + X_{25} \dots$

↳ 1st operator, mon

↳ 1st operator, tue

..... الهم الـ 7 كلوم

Subject to: ← كم كل واحد لازم يشتغل بكل يوم

$X_{11} \leq 6$, $X_{12} \leq 0$ ..... كلهم بكل الأيام

All $X_{ij} \geq 0$ for all i, j

$X_{11} + X_{21} + X_{31} + X_{41} + X_{51} + X_{61} = 14$ } ← عشان يشتغلو 14 ساعة

$X_{12} + 22 + X_{32} + X_{42} + X_{52} + X_{62} = 14$

زيي الـ z

$X_{11} + X_{12} + X_{13} + X_{14} + X_{15} + \dots \geq 8$

operator ال 4th لحد

أما الخامس والسادس

$X_{51} + X_{52} + X_{53} + X_{54} + X_{55} \geq 7$

$X_{61} + X_{62} + X_{63} + X_{64} + X_{65} \geq 7$

Five Apple

Scanned with CamScanner

Properties of linear programming:

- Proportionality assumption → we will only study linear relationships

~~Linear & non linear~~

Same slope	different slope
∴ Same increase or decrease	at each point ∴ variety in decreasing and increasing
↓	
$P = 5X_1 + 8X_2$	$E = 4X_1^3 + 2X_2^2$

- additivity → مجموع كل الـ contribution للأجزاء يساوي للكل

- divisibility → Continuous Dv : Dvs can take any values, even the non integer ones

- certainty : has to do with the parameters of the Dv (Dv المعاملات الـ) we have to be certain about them

Chapter 4: Simplex method

مثال الـ ← [wyndoor glass] :

we have to consider

. the objective function

راح نستخدم طريقة الـ gaussian Jordan elemination

$$Max \quad Z = 3X_1 + 5X_2$$

Steps:

1) I have to check that the mathematical model is written in the standard form.

- obj is maximization
- all constrains have ≤ and a positive RHs
- all Dv have to be greater or equall to zero

∴ if the mathematical model is written in the standard form ∴ I can solve it using the simplex method.

Scanned with CamScanner

2) I have to identify an initial sol.

↳ in graphical method we used to use the origin point

here we will do the same but by adding slack values

in the constrains --- we have

$X_1 \leq 4$

$2X_2 \leq 12$

$3X_1 + 2X_2 \leq 18$

$X_1, X_2 \geq 0$

$2X_2 + X_4 = 12$

$3X_1 + 2X_2 + X_5 = 18$

X_1, X_2] → slack vars & all are ≥ 0

X_3, X_4, X_5

∴ 2 original vars & 3 slack vars

we do the same for each constrain

LHS ← what can I do to make $X_1 \leq 4$ → RHS

equal ?

X_1 بطرح منه 4 ، يا بضيف لل 4 عشان

$X_1 + X_3 = 4$

↳ has to be positive

thus now we can conclude that $X_1, X_2 = 0$ & $X_3 = 4$, $X_4 = 12$, $X_5 = 18$

3) writing the Simplex tablo :

Z	X_1	X_2	X_3	X_4	X_5	RHS
0	1	0	1	0	0	4
0	0	2	0	1	0	12
0	3	2	0	0	1	18

كتابة كل معادلات المتغيرات بال constrains بس هيك بنضيف ال feasible en general sol not the optimal

in order to get the optimal, we have to consider the obj function

even in the obj func, the RHs should be a number, so

$Z - 3X_1 - 5X_2 = 0$

Z	X_1	X_2	X_3	X_4	X_5	RHS
1	-3	-5	0	0	0	0
0	1	0	1	0	0	4
0	0	2	0	1	0	12
0	3	2	0	0	1	18

this is called, the initialization step

Five Apple

Scanned with CamScanner

* the initialization means that I can find an initial sol to start with.
* in any simplex tablo, we do have a 2 types of variables:

1) basic vars → the vars who has values.

2) non basic vars → vars that doesn't have values other than zero

* how to differentiate?

↳ the vars in simplex tablo who have a identity below them are called basic vars.

Z	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	RHS	
1	-3	-5	0	0	0	0	] → obj row
0	1	0	1	0	0	4	
0	0	2	0	1	0	12	
0	3	2	0	0	1	18	

↳ always the Z will have an identity below it, so we will not count it from now on

$\underbrace{x_3, x_4, x_5}$ our basic vars ∴ they have a value

* The original vars in the first tablo are the non basic and the slacks are the basic.

* to find the values for the basics:

$x_3 \longrightarrow$ بنشوف وين ال leader بتعمل 1 وقيمته راح تكون ال RHS.

$x_3 = 4$, $x_4 = 12$, $x_5 = 18$

& the non basic vars in this case are x_1, x_2] = 0

important: # of basic vars = # of constrains.

* 4) optimality: to move toward a value or var to optimize the obj func.

now we have values for the x's, but how to know which is the optimal?

* there must not be any negative values in the obj row

↳ we look at the most negative obj value, it's var is entering.

x_2 is an entering var

Scanned with CamScanner

* what does entering var means?

↳ معناه إنه X_2 من ال non basic var بيمشي واخد بيطلع منه هيتالغ ويدخل بالـ basic var

3) feasbility: entering صار X_2 بما إنه عدد الـ constrains = عدد الـ basic vars يعني كنا عندنا 3 ... واحد منهم basic var واخد بيطلع (leaving variable)

* feasbility test: ؟ (feasble region) بمين أضرب الـ X_2 ↓ entering variable أنيد الـ

* بقدر أضيف للـ X_2 بمين أقل بال (most negative value) Z ، إلي اخترناها بالـ -5 ↑ تقتار.

* باخد الـ RHS ، بقسم كل وحدة على الـ

$$\frac{\text{RHS}}{\text{Coef entering var}}$$

هاد معناه إنو لازم الـ X_2 يكون ≤ 4 ← $\frac{4}{0} = \infty$

$\frac{12}{2} = 6$ ✓ ← * to make sure to stay in the feasble, I have to select the min among them

$\frac{18}{2} = 9$

يعني لما X_2 Holds 1st constrain

* هون هاد راح نعمل زي زمان ، بدي أقلي الـ pivot element إلي هي حاصل تقاطع الـ leader ← (selected row & column) في كل إلي فوقها وإلي تحتها أصفار.

* هون الـ leaving var هي الـ basic var إلي الـ leader بالـ row تبع الـ 6.

	Z	X_1	X_2	X_3	X_4	X_5	RHS	
R_0	1	-3	-5	0	0	0	0	
R_1	0	-1	0	1	0	0	4	$4/0 \to \infty$
R_2	0	0	2	0	(1)	0	12	$12/2 \to 6$
R_3	0	3	2	0	0	1	18	$18/2 \to 9$

So X_4 is a leaving variable

* بعد هيك بدنا نشتغل نعيد بال optimality والـ feasibility لحد ما نوصل الـ optimal solution (new table) الـ Basic والـ non basic إلي رح نعرفهم بعد هيك لازم نعرف الـ

Scanned with CamScanner

Z	X_1	X_2	X_3	X_4	X_5	RHS
1	-3	0	0	2.5	0	30
0	1	0	1	0	0	4
0	0	1	0	0.5	0	6
0	3	0	0	-1	1	6

Basic var X_2, X_3, X_5

non basic X_1, X_4

$X_2 = 6$, $X_3 = 4$, $X_5 = 6$

$X_1, X_4 = 0$

* now check optimality, look at the coef in the obj row, there is a (-3)

So X_1 is an entering var ↳ has the most contribution in the obj func.

* now to the feasbility step to select the leaving var.

RHS / Coef of the ent var

$4/1$, $6/0$, $6/3$

4 , ∞ , 2

take the minimum

* why the ∞ ?

لإنه لو أزيد الـ X_1 لـ ∞ راح يبطل الـ 2nd constrain زابط (satisfied)

So the leaving var is X_5 (place of the leader)

$X_5 \rightarrow$ leaving var

So 3 is the pivot element ↳ we can select it once we know the intering & the leaving var

لازم تصير leader لازم كل إلي فوقها وإلي تحتها أصفار

	X_1
	-3
	1
	0
0	3
0	0
0	0
-1	1
6	

final table is →

Z	X_1	X_2	X_3	X_4	X_5	RHS
1	0	0	0	1.5	1	36
0	0	0	1	0.33	-0.33	2
0	0	1	0	0.5	0	6
0	1	0	0	-0.33	0.33	2

basic vars $X_1 = 2$, $X_2 = 6$, $X_3 = 2$

non basic vars $X_4 = 0$, $X_5 = 0$

optimal sol is 36 $Z = 36$

Scanned with CamScanner

* important note :

X_3 is the slack var I added to the first constrain .

X_4 " " " " " " " " second " " .

X_5 " " " " " " " " third " " .

When a slack var = zero , this means that we have used all the capacity in the related constrain.

$X_3 = 2$, $X_4 = 0$, $X_5 = 0$ ← ال slack بعطيني إشارة للفائض بال RHS (surples)

"The unutalized capacity of the RHS"

the constrains were

$X_1 \leq 4$ ..... means there is no extra hours left , I used all of the working hours in that plant

$2X_2 \leq 12$ $X_4 = 0$ ⟶ 12 hours

$3X_1 + 2X_2 \leq 18$

but in the first constrain $X_3 = 2$, this means I used 2 and there is 2 hours left

يعني لو بدي أضيف كم ساعة عمل للمصنع الأول عادي ما راح يأثر عالمصنع لأنه أصلاً عندي ساعتين فائض ، ما بتأثر ال obj func

* لو أزيد ال 12 أو ال 18 ← راح يزيد ال obj value ← by one unit .

لو أعطيه 5 بدال 4 ← راح ال slack يصير 3

* note : we select the most negative value because it has the most contribution in the obj function.

* what if analysis : we change sth & see it's effect on the obj. (post optimality analysis)

* طب كم بزيد ال obj value بالزبط لما أزيد ال RHS ؟

by using shadow price

it's the coef of the slack var in the optimal simplex tablo

X_3	X_4	X_5
0	1.5	1

Scanned with CamScanner

* معناهم إنه لو زدت الـ RHS ↑ للـ first constraint by 1 unit ← راح يزيد الـ optimal solution إلي هو 36 بـ 5 in the obj func
و الثاني بضليه يزيد 1.5 والثالث 1 وهكذا ... by zero

* Post optimality analysis:

1) Slight changes in the RHS. → first case → "Shadow Price" → second case
2) Slight changes in the coefs of the variables in the obj func.
↳ (which means that the optimal point should remain the same)

$Z = 3X_1 + 5X_2$ → if I changed the parameters, would this effect my optimal solution?

* الطريقة الثانية غير الـ graphical method كانت إنه نوصل الخط إلي بمثل الـ obj func بالـ corner points مع الـ best point من الـ feasable area.
إنه الميل للـ obj بتغير بس أعرفه

كيف أعرف الـ optimal point تمثل هيك، فأنا بدي أعرف الـ slope للخط إلي بمثل الـ optimal (obj func)
كيف أعرفه؟ هو بين الـ slopes 2 بتكون الـ constrains 2 إلي بتقاطعهم
أحداثي الـ optimal point.

إلي همة $2X_2 = 12$, $3X_1 + 2X_2 = 18$
in the final tablo ← إلي الـ slack var إلهم = صفر (non basic)

* if $Z = C_1X_1 + 5X_2$
= ↳ قيمة الـ C_1 بتلزم أعرف بين الـ slopes

هاد معناه إنه لو غيرت الـ coef لـ X_1 بالـ obj func من 0 لـ 7.5 ما رح تتغير الـ optimal point إلي هي (2,6) رح تضل optimal.
يعني صار الـ obj $C_1 2 + 5 6$ ← لطالما الـ C_1 بين الصفر والـ 7.5 منحوك رح يضلو زي ما هم

برضو لو
$\frac{2}{0} \geq C_2/3 \geq 2/3$
نفس الإشي

$C_2 \geq 2$

for 2nd constrain ← $Z = 3 \cdot 2 + C_2 \cdot 6$

↳ غيّرت وحدة بس عشان بدنا slightly changes

Five Apple

Scanned with CamScanner

*Problem 3.1-9)

X_1 : number of units of special risk insurance.
X_2 : number of units of mortgages.

obj : max $z = 5x_1 + 2x_2 \rightarrow z - 5x_1 - 2x_2 = 0$

$3x_1 + 2x_2 \leq 2400 \rightarrow 3x_1 + 2x_2 + x_3 = 2400$

$x_2 \leq 800 \rightarrow x_2 + x_4 = 800$

$2x_1 \leq 1200 \rightarrow 2x_1 + x_5 = 1200$

$x_1, x_2 \geq 0$

z	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	RHS
1	-5	-2	0	0	0	0
0	3	2	1	0	0	2400
0	0	1	0	1	0	800
0	(2)	0	0	0	1	1200

↳ pivot

basic vars = x_3, x_4, x_5 = 2400, 800, 1200

non basic x_1, x_2 } = 0

x_1 is entering var,

$2400/3 = 800$, $800/0 = \infty$, $1200/2 = 600$ ← the min

so x_5 is a leaving var

z	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	RHS
1	0	-2	0	0	2.5	3000
0	0	(2)	1	0	-1.5	600
0	0	1	0	1	0	800
0	1	0	0	0	0.5	600

pivot

basic vars → $x_1 = 600$

$x_3 = 600$

$x_4 = 800$

non basic → x_2, x_5 } = 0

x_2 is entering var, $600/2 = 300$, $800/1 = 800$, $600/0 = \infty$

min ↑

x_3 is the leaving var

Scanned with CamScanner

Z	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	RHS
1	0	0	1	0	1	3600
0	0	1	0.5	0	-0.75	300
0	0	0	-0.5	1	0.75	500
0	1	0	0	0	0.5	600

shadow price ↑ (over x_5) — optimal ←

$x_1 = 600$

BV → $x_2 = 300$

$x_4 = 500$

NBV → x_3 , x_5 = 0

* نقطة التقاطع إيه هي (600, 300) جاي من تقاطع أيّ خطين ؟

the original vars in the final tablo

أ ← الخطين إيه الـ slack variable بتاعهم = صفر

يعني الـ slope هو الـ slope/الميل بتاع الخطين

الحصور

for the obj

$3X_1 + 2X_2 \leq 2400$

$2X_1 \leq 1200$

X_3 , X_5

* لو أزيد الـ RHS إلهم هدول الـ 2 بـ 1 unit ، بزيد الـ obj بقدّه لأنه بالـ by 1 unit

final tablo كانت هيك القيم بالـ obj

وطلع يزيد صفر الـ 2nd constraint.

حسب الـ coef إلهم

x_3	x_5
1	1

* كشان نطلع الـ range بتاع الـ coef بالـ obj ويضل الـ optimal Solution :

$Z = C_1 X_1 + 2X_2$

$3/2 \leq C_1/2 \leq 2/0$

$C_1 \geq 3$

$Z = 5X_1 + C_2 X_2$

$2/3 \geq C_2/5 \geq 0/2$

$C_2 = [0, 10/3]$

Scanned with CamScanner

Problem

3.4 (10) DV :

X_{fm} = # of full-time workers that should work the morning shift.

X_{fa} , X_{fe}

X_{p1} = # of workers part time that should work the 1st shift.

X_{p2} , X_{p3} , X_{p4}

obj : min cost

$Z = 40*8 (X_{fm} + X_{fa} + X_{fe}) + 30*4 (X_{p1} + X_{p2} + X_{p3} + X_{p4})$

* subject to :

حسب الـ shifts اكتبوم

(shift كل بشتغل بين)

$X_{fm} + X_{p1} \geq 4$

* لانه هو بالسؤال بده min وبرضه ما في exactly فشت مساواة .

$X_{fm} + X_{fa} + X_{p2} \geq 8$

$X_{fa} + X_{fe} + X_{p3} \geq 10$

$X_{fe} + X_{p4} \geq 6$

for additional coustraius

$X_{fm} \geq 2X_{p1}$

$X_{fm} + X_{fa} \geq 2X_{p2}$

$X_{fa} + X_{fe} \geq 2X_{p3}$

$X_{fe} \geq 2X_{p4}$

All $X_s \geq 0$

Scanned with CamScanner

* نزجع لمثال الـ radiation therapy :

$\min Z = 0.4x_1 + 0.5x_2$

subject to :

$0.3x_1 + 0.1x_2 \leq 2.7$

$0.5x_1 + 0.5x_2 = 6$

$0.6x_1 + 0.4x_2 \geq 6$

$x_1, x_2 \geq 0$

* ملك هون في كمشة مشاكل ، أول وحدة إنه الـ obj بدو min ، تاني وحدة كانت بالمساواة بالشرط الثاني وتالث وحدة هي الأكبر أو يساوي بالثالثة .

* بالنسبة لـ min ، فحلوا إنها max لـ obj بس ضربنا الجوبيت بسالب

$\text{Max} \rightarrow -Z = -0.4x_1 - 0.6x_2$

* أول شرط ما فيه مشكلة ، فبس بنضيف slack var

$0.3x_1 + 0.1x_2 + x_3 = 2.7$

* تاني شرط فيه مساواة بس الفكرة من المساواة هي لما ندق في initial solution ، هل لو أعطي x_1 ، x_2 = صفر بالشرط الثاني راح يطلع ؟ لأ ، بنضيف وقتها إشي اسمه (artificial variable) ، بستخدمه بس الـ initial solution ، لما أوصل لـ feasible اه فوق يصير صفر . ليه ؟ لإنه وقتها ما راح يتحقق الـ second constrain ، ما راح يكون بالـ feasible

$0.5x_1 + 0.5x_2 + x_{a_1} = 6$

* إي بحدد قيمة الـ optimal value همة شغلتين :

1) الـ constrains لإنهم بحددو الـ feasible area

2) الـ obj func

* لو أعطي الـ artifitial variable هاد الـ effect بتعد كل الـ obj func يكون negative لإشي ما بدي ياه (عن طريق إنه لو عندي min فبضيف رقم كبييير M مضروب بالـ a.v هاد ، فصير عندي إشي كبير وأنا هدفي min ولو max فبطرح M*a.v ، بصير الـ obj func قيمته كتير صغيرة ، يعني عكس إي بدي ياه ، ف negative effect

$\min Z = 0.4x_1 + 0.5x_2 + Mx_{a_1}$ / $\max -Z = -0.4x_1 - 0.5x_2 - Mx_{a_1}$

* بالنسبة لـ 3rd constrain ، لو أضيف var عالـ (LHS) بعكس إشارة المتباينة .

$0.6x_1 + 0.4x_2 - x_4 = 6 + x_{a_2}$

x_4 اسمه surplus ، هلأ هون في مشكلة إنه الـ x_4 قيمتها راح تطلع negative عشان عكسنا الـ assumption ، تاني ، بضيف كمان (artificial var) وبعد negative effect

$\max -Z = -0.4x_1 - 0.5x_2 - Mx_{a_1} - Mx_{a_2}$ عالـ obj func

Five Apple

Scanned with CamScanner

هيئة بكون الـ model جاهز، بقدر أحل عالـ simplex

طريقة الحل هاي اسمها (big m method)

متغيرات الـ (initialization step) هي $= \{x_1, x_2\}$

$x_3 = 2.7$ ، $x_4 = 0$ ، $x_{a_1} = 6$ ، $x_{a_2} = 6$

$$-Z + 0.4x_1 + 0.5x_2 + M x_{a_1} + M x_{a_2} = 0$$

-Z	x_1	x_2	x_3	x_4	x_{a_1}	x_{a_2}	RHS
-1	0.4	0.5	0	0	M	M	0
0	0.3	0.1	1	0	0	0	2.7
0	0.5	0.5	0	0	1	0	6
0	0.6	0.4	0	-1	0	1	6

basic vars: x_3, x_{a_1}, x_{a_2} non basic vars: x_1, x_2, x_4

لازم نعمل (restoring for BF) لأنه كل إيك فوق وتحت الـ leader = 0 ← هون

عشان الـ M بال obj raw بدي كندي مشكلة بال (basic var).

$-M(R_3 + R_2) + R_0 \leftarrow -M * R_3 + R_0$ ← $-M * R_2 + R_0$ نعمل

مرة وحدة

not feasible ← table بياخدو قيم كبيرة معناته الـ artificial variables الحالة الـ

	-Z	x_1	x_2	x_3	x_4	x_{a_1}	x_{a_2}	RHS
R_0	-1	.4-1.1M	.5-.9M	0	M	0	0	-12M
R_1	0	0.3	0.1	1	0	0	0	2.7
R_2	0	0.5	0.5	0	0	1	0	6
R_3	0	0.6	0.4	0	-1	0	1	6

R_0	-1	0	$\frac{11}{30} - \frac{8}{15}M$	$\{\frac{-4}{3} + \frac{11}{3}M\}$	M	0	0	$-3.6 - 2.1M$	$(-(.4-1.1M)R_1) + R_0$
R_1	0	1	$\frac{1}{3}$	$\frac{10}{3}$	0	0	0	9	$-0.5R_1 + R_2$
R_2	0	0	$\frac{1}{3}$	$-\frac{5}{3}$	0	1	1	$\frac{3}{2}$	$-0.6R_1 + R_3$
R_3	0	0	$\frac{1}{5}$	-2	-1	0	1	$\frac{3}{5}$	

$x_2 \rightarrow$ entering var

Five Apple

Scanned with CamScanner

	Z	X_1	X_2	X_3	X_4	Xa_1	Xa_2	RHS
R_0	-1	0	0	$2.33M - 1.66$	$1.83M - 1.66$	0	$-1.83M + 2.66$	$-4.7M + 0.5$
R_1	0	1	0	6.66	1.66	0	-1.66	8
R_2	0	0	0	1.66	1.66	1	-1.66	0.5
R_3	0	0	1	-10	-5	0	5	3

basic → x_1, x_2, Xa_1

non basic → x_3, x_4, Xa_2

x_4 → entering Xa_1 → leaving var

↓

will probably get the optimal tablo now

↓

Z	x_1	x_2	x_3	x_4	Xa_1	Xa_2	RHS
-1	0	0	0.5	0	$-1.1 + M$	M	-5.25
0	1	0	5	0	-1	0	7.5
0	0	0	1	1	0.6	-1	0.3
0	0	1	-5	0	3	0	4.5

$-Z = -5.25$

→ $Z = 5.25$

✱ [artificial vars are equal to zero so it's feasible] & it's optimal

basic vars are → x_1, x_2, x_4

non basic are → x_3, Xa_1, Xa_2

Scanned with CamScanner

Problem 3.4.5)

$\min Z = 3x_1 + 2x_2$

$\hookrightarrow Max$

Subject to :

$-Z + 3x_1 + 2x_2 + Mxa_1 + Mxa_2 = 0$

$x_1 + 2x_2 \leq 12 \longrightarrow x_1 + 2x_2 + x_3 = 12$

$2x_1 + 3x_2 = 12 \longrightarrow 2x_1 + 3x_2 + xa_1 = 12$

$2x_1 + x_2 \geq 8 \longrightarrow 2x_1 + x_2 - x_4 + xa_2 = 8$

$x_1, x_2 \geq 0$

all $x_s \geq 0$

first table: ← first step

Restoring the CF $\longrightarrow (R_2 + R_3) * -M + R_0$

	Z	x_1	x_2	x_3	x_4	xa_1	xa_2	RHS
R_0	-1	3	2	0	0	M	M	0
R_1	0	1	2	1	0	0	0	12
R_2	0	2	3	0	0	1	0	12
R_3	0	2	1	0	-1	0	1	8

↳ After restoring

Z	x_1	x_2	x_3	x_4	xa_1	xa_2	RHS
-1	3-4M	2-4M	0	M	0	0	-20M
0	1	2	1	0	0	0	12
0	2	3	0	0	1	0	12
0	2	1	0	-1	0	1	8

final table :

Z	x_1	x_2	x_3	x_4	xa_1	xa_2	RHS
-1	0	0	0	1.25	(-0.25+M)	(-1.25+M)	-13
0	0	0	1	-0.25	-0.75	0.25	5
0	0	1	0	0.5	0.5	-0.5	2
0	1	0	0	-0.75	-0.25	0.75	3

Five Apple

Scanned with CamScanner

* Going back to the radiation question:

Solving it by the 2-phase-method

the obj func will be devided $\max -Z = -0.4x_1 - 0.5x_2 - Mxa_1 - Mxa_2$

↳ first phase is to min the art var $\min z = .4x_1 + .5x_2$

phase 1:

$\min z = ax_1 + ax_2$ } the M is not needed $\min z = xa_1 + xa_2$

$\max -z = -xa_1 - xa_2$

phase 2:

↳ the original obj

رجعنا الاول شو كان

$\min Z = 0.4x_1 + 0.5x_2$

phase (1): we will take the first obj with the constraints

$-Z + xa_1 + xa_2 = 0$

Z	x_1	x_2	x_3	x_4	xa_1	xa_2	RHS
-1	0	0	0	0	1	1	0
0	0.3	0.1	1	0	0	0	2.7
0	0.5	0.5	0	0	1	0	6
0	0.6	0.4	0	-1	0	1	6

restoring GF

$-(R_2 + R_3)R_0$

Z	x_1	x_2	x_3	x_4	xa_1	xa_2	RHS
-1	-1.1	-0.9	0	1	0	0	-12

Five Apple

Scanned with CamScanner

tie for leaving variable واسموا

لو RHS اكبر قيمة

most negative (coef for entering var)

اكبر 2 min

feasibity test لقيت قيمتين قد بعض، بختار وحدة منهم عادي، وأنا بعمل

tie for entering variable أما هاي اسموا

* the final table:

Most negative var ← كشان دومنوكي ال

واذا تطرزو.

Z	X_1	X_2	X_3	X_4	X_{a_1}	X_{a_2}	RHS
-1	0	0	-1.66	-1.66	0	2.66	-0.5
0	1	0	0.66	1.66	0	-1.66	8
0	0	0	1.66	1.66	1	-1.66	0.5
0	0	1	-10	-5	0	5	3 (ignore)

Basic

Z	X_1	X_2	X_3	X_4	X_{a_1}	X_{a_2}	RHS
-1	0	0	0	0	1	1	0
0	1	0	0	-5	-4	5	6
0	0	0	1	1	0.6	-1	0.3
0	0	1	0	5	6	-5	6

* Phase 2: artificial var ولكن بحذف الـ final table لـ phase 1 نفس الـ

لإنو همه خلوني آجيب الـ feasible solution وخلص جبته،

وبحذف الـ row زيه وبحط الضاهر بـ phase 2.

Z	X_1	X_2	X_3	X_4	RHS	
-1	+0.4	+0.5	0	0	0	لازم نعمل restoring for GF
0	1	0	0	-5	6	قبل ما نحكم إذا optimal
0	0	0	1	1	0.3	أو لأ، لإنه هون
0	0	1	0	5	6	X_1 ، X_2 الخروج Basic

leaving ↑ entering →

بس كنت ناسيي بالـ coef الـ obj بال

$(-0.4\,R_1 - 0.5\,R_3) + R_0$

Z	X_1	X_2	X_3	X_4	RHS
-1	0	0	0	-0.5	-5.4
0	1	0	0	-5	6
0	0	0	1	1	0.3
0	0	1	0	5	6

feasible طبعًا هو

لإنه هاي الخطوة خلصناها

phase 1 بـ

Five Apple

Scanned with CamScanner

final table

Z	X_1	X_2	X_3	X_4	RHS
-1	0	0	0.5	0	-5.25
0	1	0	5	0	7.5
0	0	0	1	1	0.3
0	0	1	-5	0	4.5

non basic = 0

feasible & optimal

(problem 4.1-7)

here we have 2 vars & 3 constraints, so it's better to be solved using the graphical method, but here we want to solve it with 2 phase method

$$\min \quad z = 5x_1 + 7x_2$$

subject to:

$$2x_1 + 3x_2 \geq 42$$
$$3x_1 + 4x_2 \geq 60$$
$$x_1 + x_2 \geq 18$$

all x_s are +ve

$$2x_1 + 3x_2 - x_3 = 42 \quad (+x_{a_1})$$
$$3x_1 + 4x_2 - x_4 + x_{a_2} = 60$$
$$x_1 + x_2 - x_5 + x_{a_3} = 18$$

$$\min z = 5x_1 + 7x_2 + Mx_{a_1} + Mx_{a_2} + Mx_{a_3}$$

Just the sum of the artificial vars

phase 1: $\min z = x_{a_1} + x_{a_2} + x_{a_3}$

phase 2: $\min z = 5x_1 + 7x_2$

phase 1: min $-z + x_{a_1} + x_{a_2} + x_{a_3} = 0$

Z	X_1	X_2	X_3	X_4	X_5	X_{a_1}	X_{a_2}	X_{a_3}	RHS
-1	0	0	0	0	0	1	1	1	0
0	2	3	-1	0	0	1	0	0	42
0	3	4	0	-1	0	0	1	0	60
0	1	1	0	0	-1	0	0	1	18

Fine Apple

Scanned with CamScanner

Restoring GF $-1(R_1+R_2+R_3)+R_0$

Z	X_1	X_2	X_3	X_4	X_5	Xa_1	Xa_2	Xa_3	RHS
-1	-6	-8	1	1	1	0	0	0	-120

← مرة أجا سؤال إنه الـ RHS شو بساوي هون؟
← هو حاصل جمع الـ RHS الـ rows ي فيهم الـ (artificial vars) ولكن سالب

* final phase 1 tablo

Z	X_1	X_2	X_3	X_4	X_5	Xa_1	Xa_2	Xa_3	RHS
-1	0	0	0	0	0	1	1	1	0
0	0	1	0	-1	3	0	1	-3	6
0	0	0	1	-1	1	-1	1	-1	0
0	1	0	0	1	-4	0	-1	4	12

* Phase 2:

Z	X_1	X_2	X_3	X_4	X_5	RHS
-1	5	7	0	0	0	0
0	0	1	0	-1	3	6
0	0	0	1	-1	1	0
0	1	0	0	1	-4	12

restoring GF for X_1, X_2

$(-5R_3 - 7R_1) + R_0$

Z	X_1	X_2	X_3	X_4	X_5	RHS
-1	0	0	0	2	-1	-102

} after restoring

* final tablo:

Z	X_1	X_2	X_3	X_4	X_5	RHS
-1	0	0	1	1	0	-102

ما تغير الـ RHS، ليش؟
لإنه اخترنا الصفر بالـ RHS

Five Apple in the feasiblity test

tie for entering basic var لما في "
" " leaving " " و
[no leaving basic variable] وفي كمان

* ex:

Z	X_1	X_2	X_3	X_4	RHS
1	-5	-2	0	0	0
0	-1	2	1	0	2
0	0	1	0	1	4

هلأ هاد الـ tablo
feasible أكيد
بس مش optimal
ليه ← [we don't have any artificial variables]

* بهاد الـ tablo ما بقدر أقلل optimal لإنه $\frac{2}{-1}$ ignore ←
و $\frac{4}{0}$ برضه ignore
يعني bothare satisfied و يعني الـ obj func مش bounded

* multiple optimal solutions :
لـ ← متى بطلع عندي هيك؟

لما أمد الـ constraints يكون موازي لـ الـ obj func
وقتها بتبقى الـ optimal هي نقطة و بتكون الخط كله إلي فيه النقطة .

*ex:

Z	X_1	X_2	X_3	X_4	X_5	RHS
1	-3	-2	0	0	0	0
0	1	0	1	0	0	4
0	0	2	0	1	0	12
0	3	2	0	0	1	18

Five Apple

Scanned with CamScanner

Z	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	RHS	
1	0	0	0	0	1	18	optimal
0	1	0	1	0	0	4	$Z = 18$
0	0	0	3	1	-1	6	$x_1 = 4$, $x_2 = 3$
0	0	1	-1.5	0	0.5	3	$x_4 = 6$

x_3 , x_5 → non basic

بدأ باخذ قيمة الـ coef لـ x_3 بالـ obj راح يمثل قيمته زي ماهي

as an entering var

هذا الـ x_4 هو leaving ، الـ Pivot = 3

Z	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	RHS	
1	0	0	0	0	1	18	optimal
0	1	0	0	-0.33	0.33	2	$x_1 = 2$
0	0	0	1	0.33	-0.33	2	$x_2 = 6$, $z = 18$
0	0	1	0	0.5	0	6	$x_3 = 2$

مش كتير مهمة ، بس بتعدد ميل الـ constrains اللي بتحدد قيمة الـ obj .

يعني بالمثال ، عنا نقطتين أحلو optimal ، كيف بوجد قيمة هاي النقاط؟ (4,3) (2,6) معناه كل النقاط الواقعة بين هدول النقطتين (الخط كامل) كلو optimal

بنعمل interpolation .

$P_1 = (4, 3)$

$P_2 = (2, 6)$

$V = [0, 1]$

new point ↓

$$P_n = V P_1 + (1 - V) P_2$$

إذا صوت $V = 0$ بتكون النقطة P_2

ولو $V = 1$ بتكون النقطة P_1

و إذا بينهم ف new point

Five Apple

Scanned with CamScanner

$P_n = 0.3(4,3) + (1-0.3) * (2,6)$

$P_n = (2.6, 5.1)$

↳ لو أعطوا

$Z = 3x_1 + 2x_2$ ←

points عدد ال ، 18 بدنا

∞ ←

* لو أعدنا X_5 اي entering var

راح ينقص ال Z بمقدار (1) ، يعني أسوء

* مش دائماً بطلع كذبي إنه multi Opthimal solution إذا واحد من ال constraints موازي لل obj ، فقط لما ال coef لل non basic يكون يساوي صفر بال obj .

optimal tablo) بال (← =

* Speacial case: Changes

* إمتا ليش نستخدم ال [2 phase] وال [big m method] ؟

لما ما يكون الموديل مكتوب بال (standard form) .

* لحد الآن أخذنا هدول التعديلات :

1) min instead of max

↓

بس بنضربه بسالب

2) Constraints :

≤ → no problem, Just add slack.

≥ → take out surplus and add AV .

= → add an AV .

3) $X_5 \geq 0$ ستر Vars إذا ال

بشو نعمل ؟

Scanned with CamScanner

graphical method لو أقل حالة بستخدم الربع الأول والثاني.

بس كيف بالـ simplex ؟

Max $Z = 3X_1 + 5X_2$

subject to:

$X_1 \leq 4$

$X_1 + X_2 \leq 6$

$X_1 + 3X_2 \leq 18$

$X_1 \leq 0$, $X_2 \geq 0$

* بعمل بدال $X_1 \leq 0$:

بضربه بسالبه وبعكس المتباينة. $\leftarrow -X_1 \geq 0$

$X' = -X_1$

$\hookrightarrow X' \geq 0$

بوجد X_1 بدلالة X' $\leftarrow$ $X_1 = -X'$ وبعوض قيمة X_1 الجديدة محل كل X_1 بالسيستم

$Z = -3X' + 5X_2$

$-X' \leq 4$

$-X' + X_2 \leq 6$

$-X' + 3X_2 \leq 18$

$X' \geq 0$, $X_2 \geq 0$

* بعدهيك $\leftarrow$ بحل عادي حال simplex وبالآخر مثلاً لو طلع $X' = 5$ معناه $X_1 = -5$

* وبستحيك X' تكون سالبة !!

* Case 2 :

max $Z = 3X_1 + 5X_2$

sub to:

$X_1 \leq 5$

$2X_1 + 4X_2 \leq 10$

$X_1 \geq -50$, $X_2 \geq 0$

↳ شو أعمل

↳ $X_1 + 50 \geq 0 \rightarrow X' = [X_1 + 50 \geq 0] \rightarrow X' \geq 0$

Scanned with CamScanner

بعظهم بدالة X_1 ← $[X_1 = X' - 50]$

ويبدّل كل X_1 بالسستم بقيمتها.

الـRHS ما رح يساوي صفر هون

Max $z = 3(X' - 50) + 5X_2 \rightarrow Z - 3X' - 5X_2 = -150$

بعد هيك ← بحل simplex

Sub to :

$X' - 50 \leq 5$

$2(X' - 50) + 4X_2 \leq 10$

* ليش ما نعامل $X_1 + 50 \geq 0$ كإنه constraint ؟

لإنه ما بمنعش X_1 تكون positive

لحالها

لو كانت $X_1 \geq 30$ ، يعني قيمة موجبة ، بعاملوا كإنوا constraint.

وبضيف إله $X_1 \geq 0$ وبحل.

* Case (3) :

Max $z = 3x_1 + 4x_2$

Sub to :

$3x_1 + 2x_2 \leq 10$

$3x_1 + x_2 \geq 5$

X_1 is unconstrained

$X_2 \geq 0$

شو معناها ؟

معناها إنه X_1 ما عليه أي شرط بقدر يا خذ قيم موجبة وسالبة.

$(-\infty, \infty)$

$X_1 = X_1^{positive (P)} - X_1^{negative (N)}$

* إذا X_1 راح تاخذ قيمة موجبة معناها بناخذ هاي القيمة والـnegative منها = صفر

* إذا X_1 راح تاخذ قيمة سالبة معناتا X_{1N} راح تاخذ هاي القيمة بس بـ + والإشارة بتاخذها من المعادلة

Scanned with CamScanner

$10 - 0 = 10$

$X_1 = 10$ كوضوم بالمعادلة بطلع

$X_{1P} = 10$

$X_{1n} = 0$

يعني لو $X_1 = 10$ إذاً

$X_{1P} = 0$

$X_{1n} = 20$

$X_1 = -20$ بالعكس

$0 - 20 = -20$ كوّفت بالمعادلة

$SO\ X_1 = -20$

* بدي أكوّف قيمة X_1 بكل السستم.

$$\max Z = 3(X_{1P} - X_{1n}) + 4X_2$$

sub to :

$$3(X_{1P} - X_{1n}) + 2X_2 \leq 10$$

$$3(X_{1P} - X_{1n}) + X_2 \geq 5$$

بعديين عالـ simplex ومرة راح تافد الـ value ومرة راح تصفّر ؛ لإنه كندهم نفس الـ coef بس different sign.

* إذا الـ negative value هي إلي بتعمل الـ optimal solution فهي إلي راح تكون basic والـ non basic (تكون positive value) والعكس صحيح.

بعد ما نعمل هيك بنشوف في مشاكل تانية نحلها بالـ constraints وبعدك بالـ (simplex).

* Chapter 5 : Matrices.

* كيف نكتب الـ (mathematical model) linear باستخدام الماتريسيز ؟

* Example :

$$\max Z = 3X_1 + 5X_2$$

sub to : $X_1 \leq 4$

$2X_2 \leq 12$

$3X_1 + 2X_2 \leq 18$

$X_1, X_2 \geq 0$

$C_1 = [3\ 5]$

This matrix represents the coefs of the decision vars in the obj

Five Apple

Scanned with CamScanner

$A = [1\ 0; 0\ 2; 3\ 2]$: the coefs of the Dvs in the constraints

new row ←

$b = [4; 12; 18]$ → RHS ← $x = [x_1; x_2]$

$Max = cx$

Sub to

$Ax \leq b$

$x \geq 0$

* المسألة الأصلية لازم أمثيلها الحل slack vars

$x_1 + x_3 = 4$

$2x_2 + x_4 = 12$

$3x_1 + 2x_2 + x_5 = 18$

بتصير ←

$[A/I] * \begin{bmatrix} x \\ x_s \end{bmatrix} = b$

A جنبها I ← x_s ← slack RHS

بعد ما بعمل هيك، بصير أقدر أحل المكتوب بالصيغة النهائية الـ simplex table من خلال معادلات

B : Coefs of the basic vars in the constraints

cB : " " " " " " " obj

* بأي حال بدنا نحله كال matrices، في ٣ منهم ثابتين : $\underline{\underline{b}}$ ، $\underline{\underline{A}}$ ، $\underline{\underline{c}}$

بأخدهم من ال نظم زي ما هيك

$c = [3\ \ 5]$ $A = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 2 \\ 3 & 2 \end{bmatrix}$ $b = \begin{bmatrix} 4 \\ 12 \\ 18 \end{bmatrix}$

* هيك راح أعمل itiration هدول الـ ٣ ما بالرسوم، بس أبي أعمل الـ table، الـ c بتصير (the original variable) سالبة

	c		the identity			b
Z	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	RHS
1	-3	-5	0	0	0	0
0	1	0	1	0	0	4
0	0	2	0	1	0	12
0	3	2	0	0	1	18

Basic vars : x_3, x_4, x_5

A

Five Apple

Scanned with CamScanner

$B = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$ → for the basic

C_B = [0 0 0] ← coef for basic var in the obj

slack vars & original vars ال coef ← optimal وهاد tablo ← لأنه إذا ال

obj بال.

* The coef for the original vars in the obj is: $\underbrace{C_B}_{\text{zero matrix}} * \underbrace{B^{-1}}_{\text{identity}} * \underbrace{A - C}$ → [-3 -5]

منزح هدول سوا بعطيني (-C)

* Coef for the slack vars in the obj → $C_B * B^{-1}$ = [0 0 0]

* هلأ بالنسبة لـ x_1 ، x_2 : هل التابلو optimal؟ وكيف؟ ، كيف Negative values بوجد منهم.

* ال most negative هو -5 ، هو related لأي متغير؟ لـ x_2 ، معناها ، x_2 is the entering variable

* لأنه منين ال leaving ، لازم أوجد ال coef لـ x_2 ، كيف؟ أرفيها بمزبر $B^{-1} * A$

* ال $B^{-1}A$ هي coef for original vars in any simplex tablo

$B^{-1} * A = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 2 \\ 3 & 2 \end{bmatrix}$ ← لازم أحافظ كل نفس الترتيب

related for x_1 ← ↓ → related for x_2

Scanned with CamScanner

* هلأ لازم أوجد ال RHS و أقسمه element by element على X_2

$$RHS \rightarrow B^{-1} * b = \begin{bmatrix} 4 \\ 12 \\ 18 \end{bmatrix}$$

in any simplex tablo

$4/0 \rightarrow \infty$ ignore

$12/2 \rightarrow 6$ ← ✓ minimum

$18/2 \rightarrow 9$

* بروح لل basic variables و بيّن ال 2nd column ؟

X_4 ← ↙

is leaving var ← X_4 يعني

* A ، b ، C ما بتغيرو ، بس B و C_B بتغيرو

ال 2nd column بال basic بيمثل $\begin{matrix}0\\1\\0\end{matrix}$ ، بحين $\begin{matrix}0\\2\\2\end{matrix}$ ، إيّ هو نفس ال column بال original matrix A

* ال C_B بتحين $C_B = [0 \ 5 \ 0]$ و رح أربع أعمل الحسابات كمان مرة

$C_B * B^{-1} * A - C =$ " ، $C_B =$ "

* صبنا ال obj كمان مرة وطلع $[-3 \ 0 \ \ldots]$ يعني ← the coef of X_1 is -3 و ال coef for X_2 is 0

* كيف نفسر ال coef for the slack in the obj ؟ ← $C_B * B^{-1}$

رح يعطيني صفر رقم صفر ← $[0 \ 2.5 \ 0]$ ← إيّ هي

coef for X_4 ← X_1 هو ، إيّ هي ، entering var

هلأ هاد التابلو not optimal منا ، بنعرف ال coef ال $B^{-1}A$ ؟ X_1 و X_2 ل leaving

* الشرح إنه ال identity من ال part هو يلي coef X_2 ل second row ؟ لإنه شلنا X_4 و حطينا X_2 بال second row ، يعني ال 1 بال X_2 ل leader

Five Apple

Scanned with CamScanner

$B^{-1}A$ = 1 0 / 0 1 / 3 0

coef ← for X_1

لو بدنا نعرف شو الـ coef لـ X_5 ، X_4 ، X_3 إلي همة الـ slack بنأخد الـ B^{-1}

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0.5 & 0 \\ 0 & -1 & 1 \end{bmatrix}$$ ←

لازم نجيب RHS لسببين ← بدي أعرف قيمة X_2 ، X_3 ، X_5

← بدي أعرف مين الـ leaving variable لما تدخل الـ entering اللي X_1

الـ RHS هي $B^{-1}b$ ←

$X_3 \leftarrow 4$

$X_2 \leftarrow 6$

$X_5 \leftarrow 6$

$\frac{1}{0}$ $\frac{0}{3}$ $\frac{0}{1}$ ← بقسمهم على الـ coef لـ X_1

بأخد الـ min إيجي هو 2 ، معناها X_5 هوا الـ leaving.

لازم أجيب الـ RHS لـ obj ←

$C_B B^{-1} b$ = 30 ، ساعتها الـ optimal

الـ B صارت 1 0 1 / 0 2 0 / 0 2 3 ← نجيبلها قيمة X_1 الـ X_5

والـ C_B صارت [0 5 3]

بجيب $C_B B^{-1} A - C$ ← $C_B B^{-1}$ = [0 0] ، [0 1.5 1]

هيك وصلنا لـ optimal لأنه ما في ولا إشي سالب بالـ obj.

كم الـ RHS و الـ obj ← 36

2 → X_3

6 → X_2

بالترتيب

2

Five Apple

*problem 5.1.4)

Max $Z = 2x_1 - x_2 + x_3$

sub to:

$3x_1 + x_2 + x_3 \leq 60$
$x_1 - x_2 + 2x_3 \leq 10$
$x_1 + x_2 - x_3 \leq 20$
$x_1, x_2, x_3 \geq 0$

→ 3 constraints, so $\underline{B}$ will be 3×3

$C = [2 \quad -1 \quad 1]$ $A = \begin{bmatrix} 3 & 1 & 1 \\ 1 & -1 & 2 \\ 1 & 1 & -1 \end{bmatrix}$ $b = \begin{bmatrix} 60 \\ 10 \\ 20 \end{bmatrix}$

adding slack var

$3x_1 + x_2 + x_3 + x_4 = 60$
$x_1 - x_2 + 2x_3 + x_5 = 10$
$x_1 + x_2 - x_3 + x_6 = 20$

So $B = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$, $C_B = [0 \quad 0 \quad 0]$

in the first simplex table, the coef for the original vars are $[-C]$

So $[-2 \quad 1 \quad -1]$, for slack: $C_B B^{-1}$ $[0 \quad 0 \quad 0]$

negative, so not optimal

x_1 is the most negative, so it's an entering var.

$RHS = B^{-1}b = \begin{bmatrix} 60 \\ 10 \\ 20 \end{bmatrix}$, Coef for x_1: $B^{-1}A$ $\begin{bmatrix} 3 & 1 & 1 \\ 1 & -1 & 2 \\ 1 & 1 & -1 \end{bmatrix}$

Five Apple

Scanned with CamScanner

$\frac{60}{3} \rightarrow 20$ so x_5 is leaving var

$\frac{10}{1} \rightarrow 10$ ✓

$\frac{20}{1} \rightarrow 20$

part of I: x_4 x_1 x_6

$$B = \begin{bmatrix} 1 & 3 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 \end{bmatrix}, \quad C_B = [0 \ 2 \ 0]$$

original value for x_1 because a basic, it's leader is in the second row ← ... ملاحظة بتعدل الـ B والـ C_B

is this optimal?

$C_B * B^{-1} * A - C = [0 \ -1 \ 3]$ → coef for x_1 in ob's is zero: x_1, since we have negative value, it's not optimal yet, x_2 is entering

for: slack $C_B B^{-1} \rightarrow 0 \ 2 \ 0$

coef for original in the constraints → $B^{-1}A = \begin{bmatrix} 0 & 4 & -5 \\ 1 & -1 & 2 \\ 0 & 2 & -3 \end{bmatrix}$

RHS = $B^{-1}b$ = $\begin{bmatrix} 30 \rightarrow x_4 \\ 10 \rightarrow x_1 \\ 10 \rightarrow x_6 \end{bmatrix}$ → $C_B B^{-1} b = 20$

their coef ← → actual values for basic var

obj

$\frac{30}{4} \rightarrow 7.5$

$\frac{10}{1}$ ignore so x_6 is leaving → $B = \begin{bmatrix} 1 & 3 & 1 \\ 0 & 1 & -1 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$ ← for x_2 in the original

$\frac{10}{2} \rightarrow 5$ ✓

$C_B = [0 \ 2 \ -1]$ → is it optimal?

$C_B B^{-1} A - C \rightarrow 0 \ 0 \ 1.5$

optimal

slack

$C_B B^{-1}$ 0 1 0.5

Five Apple

Scanned with CamScanner

RHS = $\begin{bmatrix} 10 \\ 15 \\ 5 \end{bmatrix}$ → x_4, → x_1, → x_2 we have to keep the order for the basic var

the optimal value? $C_B B^{-1} b = 25$

$x_3 = 0$, $x_2 = 5$, $x_1 = 15$

* بالكتاب كاتب after ..... ، حل ↑

كيف عرف ال basic ؟ من ال leaders .

original variables ↓ CPF ← corner point feasible ، معناها بده قيمة ال

$x_1 = 10$ $x_2, x_3 = 0$

↳ non basic vars

* فرع b : كيف أحدد ال constraints ؟ هو x_5 ← قيمته صفر و x_3, x_2 ← قيمتهم صفر

(slack) = (original)

corner point إلي حددو ال

↓

second constrain

$x_1 - x_2 + 2x_3 \leq 10$

* 5.1.15) : 2 constraints , so B will be 2×3 matrix

tolies BF → basic feasible

$C = [3\ 4\ 2]$, $A = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 1 \end{bmatrix}$, $b = \begin{bmatrix} 20 \\ 30 \end{bmatrix}$

$B = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$ in the constraints , $C_B = [0\ 0]$

x_4 x_5

* بالسؤال ماكي إنه x_2 و x_5 entering leaving

معناها ال B صارت $\begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 2 \end{bmatrix}$ ، و C_B صارت $[0\ 4]$

Scanned with CamScanner

in iteration 2 : entering is x_1 , leaving is x_4

so $B = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 2 \end{bmatrix}$, $C_B = [\,3 \quad 4\,]$

لازم أجيب قيمة x_1 ، x_2 وقيمة الـ obj .

for x_1 , x_2 $\longrightarrow$ $B^{-1}b = \begin{bmatrix} 10 \\ 10 \end{bmatrix}$ ← x_1 ← x_2

$C_B B^{-1} b = 70$

for the obj

لو بدي أشيك الـ optimality ؟ for original

$C_B B^{-1} A - C = [\,0 \quad 0 \mid 1\,]$

x_1 x_2 x_3

basic

Coef for stack ?

$C_B B^{-1} = [\,2 \mid 1\,]$

* Problem 5.1.14

Max $Z = 2x_1 + 2x_2 + 3x_3$

sub to :

$2x_1 + x_2 + 2x_3 \leq 4$

$x_1 + x_2 + x_3 \leq 3$

$x_1, x_2, x_3 \geq 0$

$C = [2 \quad 2 \quad 3]$, $A = \begin{bmatrix} 2 & 1 & 2 \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix}$, $b = \begin{bmatrix} 4 \\ 3 \end{bmatrix}$, $B = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$

$C_B = [\,0 \quad 0\,]$

in iteration 1 : entering is x_3 , leaving is x_4

$B = \begin{bmatrix} 2 & 0 \\ 1 & 1 \end{bmatrix}$, $C_B = [\,3 \quad 0\,]$

iteration 2 : entering x_2 , leaving x_5 , $B = \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 1 \end{bmatrix}$ Five Apple

$C_B = [\,3 \quad 2\,]$

Scanned with CamScanner

$B^{-1}b$ = [1 → x_3 ; 2 → x_2]

← لوائح وفنهم بال نطاه بعطوني

$CB^{-1}b = ?$

* to check optimality :

* for original $C_B B^{-1} A - C = [1\ 0\ 0]$ ← x_1

* for slack $C_B B^{-1} = [1\ 1]$ ← the shadow price (coef of the slack in the obj)

§ optimal الحل ← كم واحد من constraints في ال solution

—

$X_1 \geq 0$ ⟩ $2x_1 + x_2 + 3x_3 \leq 4$; $x_1 + x_2 + x_3 \leq 3$] ← ال slack

* chapter 6

dual problem

wow

* problem 3.4.9) :

Dv

X_{ij} = space to be leased in month i till month j

obj min cost

$65(x_{11} + x_{22} + x_{33} + x_{44} + x_{55}) + 100(x_{12} + x_{23} + x_{34} + x_{45}) + 135(x_{13} + x_{24} + x_{35}) + 160(x_{14} + x_{25}) + 190(x_{15})$

Sub to : $x_{11} + x_{12} + x_{13} + x_{15} \geq 30000$ } ← بتغطي الشهر الأول

بتغطي الشهر الثاني ← $[x_{12} + x_{13} + x_{14} + x_{15} + x_{22} + x_{23} + x_{24} + x_{25} \geq 200$

Five Apple

Scanned with CamScanner

بداية ي

* كل مسألة برمجة يتبين إلها مسألتين ← Primal ← the original
dual ← مقابلة لـ primal

* الـ 2 مختلفات لبعض، بعطو نفس الـ optimal solution
* في كلمات بتحول بينهم، إلهم نفس الـ parameters بس in different locations
* ولو المسألة الـ Primal كانت max تبقى الـ dual min والعكس vise versa

Case (1) : windor glass question (standard form لأنه مكتوب بالـ)

max $Z = 3X_1 + 5X_2$

sub to

$X_1 \leq 4$

$2X_2 \leq 12$

$3X_1 + 2X_2 \leq 18$

$X_1, X_2 \geq 0$

convert to dual →

لازم أعرف dv مجاد، 1) عددهم مساوي لعدد الـ constraints بالـ primal

$X_1 \leq 4 \quad \cdots y_1$

$2X_2 \leq 12 \quad \cdots y_2$

$3X_1 + 2X_2 \leq 18 \quad \cdots y_3$

the y_s are the dual dv

dual min $W = 4y_1 + 12y_2 + 18y_3$

بيزبر الـ RHS بالـ primal بالـ dv بالـ dual

Sub to :

$1y_1 + 0y_2 + 3y_3 \geq 3$

coef of X_1 in the primal obj

coef of X_1 in the primal constraints

كل constraint بالـ primal راح يكون مربوط بـ dv بالـ dual و العكس صحيح : كل constraint بالـ dual راح يكون مربوط بـ dv بالـ primal.

$0y_1 + 2y_2 + 2y_3 \geq 5$

$y_1, y_2, y_3 \geq 0$

1) بالنسبة للإشارات، هون عكسانهم standard راح تكون الإشارات أكبر من أو يساوي، لكن لو مش SOB بنستخدم نقارنة بالـ standard

sensible odd blear

Five Apple

Scanned with CamScanner

* primal max $Z = 4x_1$.

sub to :

$x_1 + 2x_2 \leq 5$ ..... y_1

$x_2 \leq 3$ ..... y_2

$x_1, x_2 \geq 0$

2 dv in primal means 2 constraints in the dual

min $w = 5y_1 + 3y_2$

sub to

$y_1 + 0y_2 \geq 4$

$2y_1 + y_2 \geq 0$.

$y_1 , y_2 \geq$

---

* primal max $Z = 3x_1 + 4x_2 + x_3$

sub to

$x_1 + x_3 \leq 3$ ..... y_1

$2x_2 + 3x_3 \leq 9$ ..... y_2

$x_1, x_2, x_3 \geq 0$

min $w = 3y_1 + 9y_2$

sub to :

$y_1 + 0y_2 \geq 3$

$0y_1 + 2y_2 \geq 4$

$y_1 + 3y_2 \geq 1$

بدال [A]

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 0 & 2 & 3 \end{bmatrix}$$

بافد $[A]^T$

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 2 \\ 1 & 3 \end{bmatrix}$$

* primal-dual relationships :

1) weak duality Property

2) strong duality Property

3) Complementary solution Property

4) Complementary optimal solution Property

5) Symmetry property

Scanned with CamScanner

1) weak duality :

if $\bar{x}$ is a feasible sol for primal problem, and $\bar{y}$ is a feasible sol for the dual problem, then $(cx \leq yb)$ (Prim → obj ≥ dual)

obj ← = always

example : window glass

هاد الفطما إله معنى كبير بفهل بينهم

Primal | dual

max | min

هون كنت أبلش بعدد كبير بطريقة الـ M أو الـ phase 2 و يقل لحد ما يوصل الـ 36

36 ← نقطة معرّفة كنوعي بال optimal sol

نقطة معرّفة كنوعي بال feasible primal

نقطة معرّفة كنوعي بال feasible dual

النظرية بتحكي إنه دائمًا راح الـ primal يكون أقل من أو سيادي الـ dual بالمنطقة الـ feasible

بلش من الصفر و بصير اطلع لأوصل الـ 36

2) Strong duality :

if x^* is an optimal sol for the primal and y^* is an optimal sol for the dual, then $cx^* = y^*b$

obj

يعني قيمة الـ dual = primal بال obj

هاي بتصير بس بحالة إني وصلت لل optimal sol

الحالة العميدة إنه يتساوى الـ sol الـ primal مع الـ dual هو كمان الـ optimal

Primal | dual

36

cx^* y^*b

Five Apple

Scanned with CamScanner

3) Complementary sol :

common point feasible ↖ x

At each iteration, the simplex method simultaneously identifies a CPF sol for the primal and a (complementary sol) for the dual problem

where $cx = yb$

↳ بساوية

feas region ؛ الحل

≟) the obj will be equal in both, but feasible in the primal and not feasible in the dual

Primal	dual
	36
≟	≟
a point in the feasible area for the primal	the complementry point for it in the dual, but it's not feasible

* in any simplex table, for example:
هاد مثال ال windor

Z	x_1	x_2	x_3 (y_1)	x_4 (y_2)	x_5 (y_3)	RHS
1	-3	-5	0	0	0	0
0	1	0	1	0	0	4
0	0	2	0	1	0	12
0	3	2	0	0	1	18

هدول همة قيم ال y بال dual

[coef of the slack in the obj]

$x_1 = 0$ قيمة $x_2 = 0$

* يعني بال primal الحل صفر وبال dual صفر.
ولكن ال primal ← feasible
وال dual ← not feasible

* كيف نشيك ع ال feasibility ؟ من ال constraints ، بعوّض فيهم

Primal

$x_1 \le 4 \rightarrow 0 \le 4$ ✓

$2x_2 \le 12 \rightarrow 0 \le 12$ ✓

$3x_1 + 2x_2 \le 18$

dual

$y_1 + 3y_3 \ge 3 \rightarrow 0 \ge 3$ ✗

$2y_2 + 2y_3 \ge 5 \rightarrow 0 \ge 5$ ✗

Five Apple

Scanned with CamScanner

Primal	dual
infeasible	feasible
feasible	infeasible

* إذا واحد من الـ constraints شت
ستحقق: سواء بالـ primal أو بالـ dual
معناه (not feasible)

* إذا واحد فيهم feasible معناه برضه optimal .

4) complementary optimal sol : بقدر أطلع قيم الـ y النهائية لما أوصل الـ primal من قيم الـ slack من final simplex tablo

5) Symmetry : بقدر من الـ dual أرجع لـ primal
وأي إشي اعمله هون بعمله هنالك عادي

يعني لو أخذ أي نقطة بالـ dual، بقدر منها أوجد الـ sol بالـ primal حتى لو ما كانت feasible (has an optimal sol) ← bounded

* لو كانت الـ primal ← bounded & feasible بكون الـ dual برضه هيك

* لو واحد منهم كان not bounded & feasible، والثانية بتكون infeasible يعني ما إلها حل .

* إذا واحدة منهم not feasible بتكون الثانية إما not bounded أو not feasible

* قيم الـ y_s بالـ primal final table هي الـ shadow price

Primal	dual
super optimal ②	sub optimal ③
sub optimal ①	super optimal ④

Five Apple

Scanned with CamScanner

* case 2 : not standard form , we find the dual in SOB method :

* what does sensible , odd , Bizarre means ?

* if max :

Constraints

≤ ---- sensible (أقل من)

= ---- odd

≥ ---- bizarre

(إذا كل الـ constrains هيك بكون الـ obj unbounded)

سواء max أو min ما بفرق

dv → { x ≥ 0 → S ; x unconstrained → 0 ; x ≤ 0 → B }

* for min :

≤ ... B

= ... 0

≥ ... S

* هلأ بالنسبة لـ mathematical model و الـ constraints اللي بالـ primal مشكول عنها الـ DV بالـ dual و العكس صحيح

يعني لو الـ constraint بالـ primal كان ≤ الـ dual DV بكون ≥

* Ex : Max $Z = 3x_1 + 4x - x_3$

Sub to :

$x_1 + 2x_2 + x_3 \geq 10 \dots y_1$ (→ B)

$x_1 + x_2 + x_3 \leq 20 \dots y_2$ (→ S)

$x_2 + 3x_3 = 15 \dots y_3$ (→ 0)

$x_1 \geq 0$ (S) , $x_2 \leq 0$ (→ B)

x_3 is unconstrained (0)

dual

min $w = 10y_1 + 20y_2 + 15y_3$

Sub to :

$y_1 \leq 0$, $y_2 \geq 0$, y_3 unconstrained

$y_1 + y_2 + 0y_3 \geq 3$

$2y_1 + y_2 + y_3 \leq 4$

$y_1 + y_2 + 3y_3 = -1$

Scanned with CamScanner

dual

min $z = 3x_1 + 4x_2 - x_3$

sub to

$x_1 + 2x_2 + x_3 \geq 10$ ---- y_1 (B)

$x_1 + x_2 + x_3 \leq 20$ ---- y_2

$x_2 + 3x_3 = 15$ ---- y_3

$x_1 \geq 0$, $x_2 \leq 0$ x_3 unconstraints

S ↩ B ↩ 0 ↩

max $w = 10y_1 + 20y_2 + 15y_3$

Sub to :

$y_1 + y_2 + 0y_3 \leq 3$

$2y_1 + y_2 + y_3 \geq 4$

$y_1 + y_2 + 3y_3 = -1$

$y_1 \geq 0$ $y_2 \leq 0$ y_3 unconstraint

سؤال امتحان:

max $z = 3x_1 + 4x_2$

$4x_1 + 3x_2 \geq 4$ (B) ---- y_1

$2x_1 + 3x_2 = 6$ (0) ---- y_2

$4x_1 + x_2 \leq 4$ (S) ---- y_3

$x_1 \geq 1$, $x_2 \leq 0$

S ↩ B ↩

$x_1 - 1 \geq 0$

$x' = x - 1$

$x' \geq 0$

dual

min $w = 4y_1 + 6y_2 + 4y_3$

sub to :

$4y_1 + 2y_2 + 4y_3 \geq 3$

$3y_1 + 3y_2 + y_3 \leq 4$

$y_1 \leq 0$ y_2 uncon $y_3 \geq 0$

سؤال امتحان:

max $z = x_1 + 0x_2 + 3x_3$

sub to :

$x_1 + x_2 + x_3 \geq 10$ (B) ---- y_1

$x_1 + 2x_2 + x_3 \leq 12$ (S) ---- y_2

$x_1 \geq 0$, x_2 uncons , $x_3 \geq 0$

S ↩ 0 ↩ S ↩

dual

min $w = 10y_1 + 12y_2$

sub to :

$y_1 + y_2 \geq 1$ → redundant هاد بقدر أشيله، لأنه مضمون من

$y_1 + 2y_2 = 0$

$y_1 + y_2 \geq 3$

$y_1 \leq 0$ $y_2 \geq 0$

Scanned with CamScanner

مهم عجاي بالفايك

✱ Chapter 7 :

✱ Post optimality analysis :

✱ بدنا نضيف Constraint
أو نغير الـ C والـ A و RHS بنفس
الوقت أو نضيف DV جديد

✱ هون بدنا نبلش بـ case (1) ، إنه
نضيف (constraint) ونشوف كيف
بتأثر الحل ونجيب الـ new table ، إيش هو
اسمه the revised simplex table
وليش ما بتأثر ، ليش ؟؟

✱ أول إشي بست نضيف constraint new ، لازم أشوف إذا هو
redundant أو لا ، يعني لو كان متحقق أو لا حسب
الـ optimal sol إي أصلا طالعة ، هاد إي معنته متحقق

$x_1 + x_2 \leq 6$ ، بظل متحقق ، يعني راح يأثر بحلي بطريقة أو بأخرى.
هنا كيف راح يأثر على الحل تبعي ، هاد هو Chapter 7 .

✱ لو بدي أضيف كمان DV ؟
✱ لو x_3 أقل قيمة غير الصفر ، معناه راح
يأثر على الحل تبعي . لما أضيف DV على primal ،
معناها كم بضيف constraint على الـ dual
✱ بدي اجيب صيغة الـ dual ، وأشوف الـ constraint هاد إذا redundant أو لا ، إذا
adding dw to the lp is redundant الـ
primal won't affect the optimal sol

⇐ won't effect the dual sol
so do the primal sol.

مثال الـ window :

$\max Z = 3x_1 + 5x_2$

sub to

$x_1 \leq 4$

$2x_2 \leq 12$

$3x_1 + 2x_2 \leq 18$

$x_1, x_2 \geq 0$

optimal point (2, 6)

optimal value 36

منضيف :

$\rightarrow x_1 + x_2 \leq 10$

$\max Z = 3x_1 + 5x_2 + x_3$

sub to :

$x_1 + x_3 \leq 4$ ---- y_1

$2x_2 \leq 12$ ---- y_2

$3x_1 + 2x_2 + x_3 \leq 18$ ---- y_3

$x_1, x_2 \geq 0$

↳

dual $\min w = 4y_1 + 12y_2 + 18y_3$

sub to :

$y_1 + 0y_2 + 3y_3 \geq 3$

$0y_2 + 2y_2 + 2y_3 \geq 5$

$y_1 + 0y_2 + y_3 \geq 1$] ← يعوّض فيه قيم الـ shadow price

⇐ $\downarrow$ $0 + 0(1.5) + 1$

so won't effect $1 \geq 1$ ✓

Five Apple

Scanned with CamScanner

Changing the parameter :

بدنا نغير الـ C والـ A وـ b سوا

$$\max z = 4x_1 + 5x_2$$

Sub to :

$$x_1 \leq 4$$

$$3x_2 \leq 12$$

$$3x_1 + 2x_2 \leq 19$$

$$x_1, x_2 \geq 0$$

$$C_{new} = [4\ 5] \rightarrow A_n = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 3 \\ 3 & 2 \end{bmatrix} \rightarrow b_n = \begin{bmatrix} 4 \\ 12 \\ 19 \end{bmatrix} \rightarrow$$

How to find the revised simplex table ?

- من الـ optimal simplex table اي أنا أملأ جدوله قبل ما أعمل التغييرات.

	Z	X_1	X_2	X_3	X_4	X_5	RHS
	1	0	0	0	1.5	1	36
X_3	0	0	0	1	0.33	-0.33	2
X_2	0	0	1	0	0.5	0	6
X_1	0	1	0	0	-0.33	0.33	2

- لازم آخد منه ٣ أشياء ؟

١) منين الـ Basic Var في كل row ؟

٢) منين الـ shadow price

٣) قيمة الـ B^{-1}

باقي الأشياء راح أجيبها من الـ table

- Bv in row 1 → X_3

2 → X_2

3 → X_1

- الحين كيف بجيب الـ revised ؟

أول إشي كميات، صار الـ y^* اسمها shadow price

والـ B^{-1} اسمها S^*

و (*) بس معناها إنه جبناها من الـ optimal table

وهلأ بدك ما تكتب C ، A ، b راح تكتب C_n ، b_n ، A_n ، y^* ، S^*

Scanned with CamScanner

Z	X_1	X_2	X_3	X_4	X_5	RHS
1	[1	1]	0	1.5	1	[37]
0	0	0.33	1	0.33	-0.33	1.66
0	0	1.5	0	0.5	0	6
0	1	-0.33	0	-0.33	0.33	2.33

$$A_n = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 3 \\ 3 & 2 \end{bmatrix}, \quad c_n = [4\ 5], \quad b_n = \begin{bmatrix} 4 \\ 12 \\ 19 \end{bmatrix}, \quad y^* = [0\ 1.5\ 1]$$

$$S^* = \begin{bmatrix} 1 & 0.33 & -0.33 \\ 0 & 0.5 & 0 \\ 0 & -0.33 & 0.33 \end{bmatrix}$$

$C_B B^{-1} = y^*$, $y^* A_n - C_n = [-1\ \ 1.5]$, $B^{-1}A = S^* A_n$

لحساب الـ Coeff الـ original Var

$B^{-1}b = S^* b_{new} = \begin{bmatrix} 1.66 \\ 6 \\ 2.33 \end{bmatrix}$, $C_B B^{-1} b = y^* b_{new} = [37]$

RHS الـ ← بال Coustraints

* بال tablo إلي مقبلته ، وين المشكلة ؟

كندي X_1 في بعامودها (-1) ، وقيمة X_2 = صفر (لأنه يقيد leader) وإلي فوقها وتحتها لازم يتصفرو ، باختصار لازم نعمل (Restoring for the gausian form)

Z	X_1	X_2	X_3	X_4	X_5	RHS
1	~~-1~~ 0	0	0	~~1~~ 0.77	~~1~~ 1.33	~~31~~ 34.66
X_3 0	0	0	1	0.22	-0.33	0.33
X_2 0	0	1	0	0.33	0	4
X_1 0	1	0	0	-0.22	0.33	3.66

This is the revised simplex tablo. Is it feasible ?

Is it optimal ?

* هون لنعرف الـ feasibility بنشوف قيم الـ RHS بال Vars إذا (+) أو (-) ، إذا (+) معناها (feasible)

* هاد الـ tablo ← optimal و feasible

Scanned with CamScanner

Case 2) Adding a constraints :

$\max Z = 3X_1 + 5X_2$

sub to :

$X_1 \leq 4$

$2X_2 \leq 12$

$3X_1 + 2X_2 \leq 18$

$X_1 + X_2 \leq 10$ ← ضفت هاد

$X_1, X_2 \geq 0$

optimal point (2,6)

optimal value 36

أول خطوة بتأكد إذا الـ constraint كان:

- redundant

- It is redundant

لو قلنا $X_1 + X_2 \leq 6$

redundant راح يبطّل

بدي أجيب الـ (revised simplex tablo)

لأشوف شو الـ (new optimal value)

optimal point ← يعني الـ is not feasible anymore

Z	X_1	X_2	X_3	X_4	X_5	RHS
1	0	0	0	1.5	1	36
0	0	0	1	0.33	-0.33	2
0	0	1	0	0.5	0	6
0	1	0	0	-0.33	0.33	2

← The optimal tablo before adding the constraint

the constraint we added $X_1 + X_2 \leq 6$ ---- $X_1 + X_2 + X_6 = 6$

← tablo بدي أضيف عال

	Z	X_1	X_2	X_3	X_4	X_5	X_6	RHS
	1	0	0	0	1.5	1	0	36
X_3	0	0	0	1	0.33	-0.33	0	2
X_2	0	0	1	0	0.5	0	0	6
X_1	0	1	0	0	-0.33	0.33	0	2
X_6	0	1	1	0	0	0	1	6]

5

Constraint = BV_s و الـ 6 constraint كان ضفنا 3 لأنه BV_s صار 4 مش 3 5

دائماً

بنعمل restoring GF

Scanned with CamScanner

	Z	X_1	X_2	X_3	X_4	X_5	X_6	RHS
	1	0	0	0	1.5	1	0	36
X_3	0	0	0	1	0.33	-0.33	0	2
X_2	0	0	1	0	0.5	0	0	6
X_1	0	1	0	0	-0.33	0.33	0	2
X_6	0	0	0	0	-0.166	-0.33	1	-2

كنت باخد RHS قيمة سالبة

* Is it feasible? No →
* هاد اسمه Super optimal، لإنه بس optimal مش feasible.
* عشان نخليه feasible، بنستخدم الـ dual simplex method.

كيف؟ بتطلّع كل الـ RHS بدون الـ obj، وبشوف مين الـ constraints اللي أكتر وحدة بتخلي الـ infeasible عندنا (leaving var)، وبحدد مين الـ most negative اللي بحدد الـ entering

* هون X_6 هي الـ leaving (لأنها leader)، وبحدد بدي آخد الـ obj coefs كل الـ coefs لهاد الـ row.

	Z	X_1	X_2	X_3	X_4	X_5	X_6	RHS
obj	1	0	0	0	1.5	1	0	36
X_6	0	0	0	0	-0.166	-0.33	1	-2
					-9	-3		

بنقسم كل بعض، بنعمل ignore للـ ignore وبعمل ignore للـ positive

اللي راح نأخذ الـ negative اللي كمتاتو أقلّ من السالب (-2) بالـ RHS

اللي بنأخذ الـ absolute value وبختار الـ minimum.

يعني (-3) ← X_5

so X_5 is entering variable

وبشتغل زي قبل، بخلي الـ pivot = 1 وإلي فوقيه أصفار

	Z	X_1	X_2	X_3	X_4	X_5	X_6	RHS
	1	0	0	0	1	0	3	30
	0	0	0	1	0.5	0	-1	4
	0	0	1	0	0.5	0	0	6
	0	1	0	0	-0.5	0	1	0
	0	0	0	0	0.5	1	-3	6

Tableau

this table is optimal & feasible

صارت كل الـ RHS موجبة (+) معناها كم نتحرّك باتجاه الـ feasible area

Five Apple

Scanned with CamScanner

Case (3) : adding a DV :

if I add a DV in the primal, this means I added a constraint in the dual. if this constraint was redundant, this means that adding a DV in the primal won't effect the sol. if the constraint wasn't redundant in the dual, it means that it will effect the sol in the primal.

ex: max $z = 3x_1 + 5x_2 + x_3$

Sub to:

$x_1 + x_3 \leq 4$ ... y_1

$2x_2 \leq 12$ ... y_2

$3x_1 + 2x_2 + x_3 \leq 18$ ... y_3

$x_1, x_2, x_3 \geq 0$

dual

$\min = 4y_1 + 12y_2 + 18y_3$

Sub to:

$y_1 + 0y_2 + 3y_3 \geq 3$

$0y_1 + 2y_2 + 2y_3 \geq 5$

$y_1 + 0y_2 + y_3 \geq 1$ ← بنشيك هاد، قيم الـ y_i بالـ tablo كانو 0 1.5 1

$3 + 2 \geq 5$ ✓

$y_1, y_2, y_3 \geq 0$

← معناه ← adding a new DV to the primal won't effect the optimal solution

لو صار

$\max z = 3x_1 + 5x_2 + \underline{3x_n}$

Sub to

$x_1 + x_n \leq 4$

$2x_2 \leq 12$

$3x_1 + 2x_2 + x_n \leq 18$

$x_1, x_2, x_n \geq 0$

we will add x_n to the Simplex tablo

$C_n = [3\ 5\ 3]$ ← it's demension has changed

$A_n = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 0 & 2 & 0 \\ 3 & 2 & 1 \end{bmatrix}$ $b_n = \begin{bmatrix} 4 \\ 12 \\ 18 \end{bmatrix}$ ← has not changed $y^* = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 5 & 1 \end{bmatrix}$

Five Apple

Scanned with CamScanner

$$S^* = \begin{bmatrix} 1 & 0.33 & -0.33 \\ 0 & 0.5 & 0 \\ 0 & 0.33 & -0.33 \end{bmatrix}$$

المشكلة بال optimality

	Z	X_1	X_2	X_n	X_3	X_4	X_5	RHS
	1	0	0	-2	0	1.5	1	36
X_3	0	0	0	2/3	1	0.33	-0.33	2
X_2	0	0	1	0	0	0.5	0	6
X_1	0	1	0	1/3	0	-0.33	0.33	2

This is the revised simplex tablo (جدول)

$y^* A_n - C_n \geq$

$S^* A_n \leq$

$y^* b_n \geq$

$S^* b_n \leq$

$X_n \rightarrow$ entering variable

$2 / \frac{2}{3} \rightarrow 3$ ✓ $\quad X_3 \rightarrow$ leaving variable

$6/0 \rightarrow$ ignore

$2/\frac{1}{3} \rightarrow 6$

	Z	X_1	X_2	X_n	X_3	X_4	X_5	RHS
	1	0	0	0	3	2.5	0	42
X_n	0	0	0	1	1.5	0.5	-0.5	3
X_2	0	0	1	0	0	0.5	0	6
X_1	0	1	0	0	-0.5	-05	0.5	1

This tablo is called "re optimization"

So adding this dv will increase the optimal sol from 36 to 42.

Scanned with CamScanner

سؤال أجابة :

max $Z = -5x_1 + 5x_2 + 13x_3$

sub to :

$-x_1 + x_2 + 3x_3 \leq 20$

$12x_1 + 4x_2 + 10x_3 \leq 90$

$x_j \geq 0 \quad j = 1, 2, 3$

if we let x_4 and x_5 be the slack vars for the respective constraints, the simplex tablo method yields the following final set of equations :

(0) $Z + 2x_3 + 5x_4 = 100$ ← final sol هاد الحلول

(1) $-x_1 + x_2 + 3x_3 + x_4 = 20$ ← basic / non basic

(2) $16x_1 - 2x_3 - 4x_4 + x_5 = 10$ ← non basic

اكتبهم simplex tableau

use the sensitivity analysis procedure to revise the set of equations (in a tableau form) and find the optimal solution when the coef of x_2 is changed to be :

$$\begin{bmatrix} c_2 \\ a_{12} \\ a_{22} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 6 \\ 3 \\ 4 \end{bmatrix}$$

	Z	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	RHS
	1	0	0	2	5	0	100
x_2	0	-1	1	3	1	0	20
x_5	0	16	0	-2	-4	1	10

	Z	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	RHS
	1	0	9	2	5	0	100
x_2	0	-1	3	3	1	0	20
x_5	0	16	-8	-2	-4	1	10

مثلث قيم x_5 و x_2 زي ماهمة ما بتغيروهم

بنطلع كال GF أول إشي

كيفي متكلة بـ x_2

restoring GF

$C_n = [-5 \quad 6 \quad 13]$

$A_n = \begin{bmatrix} -1 & 3 & 3 \\ 12 & 4 & 10 \end{bmatrix}$

$b_n = \begin{bmatrix} 20 \\ 90 \end{bmatrix}$

$S^4 = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ -4 & 1 \end{bmatrix}$

$y^4 = [5 \quad 0]$

Five Apple

Scanned with CamScanner

Z	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	RHS
1	3	0	-7	2	0	40
0	-0.33	1	1	0.33	0	6.66
0		0			1	23.33

* problem 7.1.3)

dual بصيغة الـ constrain معطيني

$W = 5y_1 + 4y_2$

Subject to :

$4y_1 + 3y_2 \geq 4$

$2y_1 + y_2 \geq 3$

$y_1 + 2y_2 \geq 1$

$y_1 + y_2 \geq 2$

$y_1 , y_2 \geq 0$

matlab حلّته

```
C = [5 4]
A = [4 -3 ; -2 -1; -1 -2; -1 -1];
b = [-4; -3; -1; -2];
Aeq = [];
beq = [];
LB = [0 0];
UB = [inf inf];
[x obj] = linprog(c, A, b, Aeq, beq, LB, UB)
```

$y_1 , y_2 = 1 \quad , obj = 9$

Five Apple

Scanned with CamScanner

"The transportation & assignment problems"

↳ Speciall case from the LP, they are integers after making adjustments on continuous problems, and also they are binary that only take values either 0 or 1

* transportation : destination الـ source توصيل من .

* Assignment : Assigning sth to someone .

* 9.1 (the prototype example) (a transportation problem)

* بما إنه معجمي الـ outputs والـ allocations متساويات، معناها راح استخدم إشارة equality وراح يعطيني الحل integer values بدون ما آخل على LP model

* السؤال بده كم truck يبعت for the shipping cost عشان يصل كل warehouse
↓ from each canneny

DV :

x_{ij} = # of truckloads that should be sent from canneny i to warehouse j

$i = 1, 2, 3$

$j = 1, 2, 3, 4$

Obj : min Shipping Cost

$\min Z = 464 x_{11} + 513 x_{12} + 654 x_{13} + 867 x_{14} + 352 x_{21} + 416 x_{22} + \dots$

canneny ↙ ↘ warehouse

$685 x_{34}$

* عشان الـ obj func كتيير طويلة، راح نكتبها بالـ sum double

Scanned with CamScanner

* بدنا نعرّف parameters الإختصار :

Sij : shipping cast / truckload from canneng i to warehouse j

فلمّا نكتب الـ z هاد كمان مرة ، راح نفعل sum double مرة الـ i مرة الـ j ، وهما بفرق الترتيب بالجمع تبديلي .

$$Min\ Z = \sum_{j=1}^{3} \sum_{i=1}^{4} S_{ij} * X_{ij}$$

* لازم أبعت الـ customer إني طالبه بالربط لزيادة وما أقل .

Sub to :

$X_{11} + X_{21} + X_{31} = 80$ ← هون الجمع كل i

$X_{12} + X_{22} + X_{32} = 65$ ، فيهم كلهم هيك

$X_{13} + X_{23} + X_{33} = 70$

$X_{14} + X_{24} + X_{34} = 85$

منقدر نكتبه $\sum_{i=1}^{3} X_{ij} = A_j \quad \forall j$

Aj = allocated quantity for warehouse j

لمعناها لكل

لشي ن ← 4 warehouses لإنه عندي

4 Allocated quantity يعني

↳ هية إي

80 65 70 85

لإنه لازم لكل warehouse أعمل نفس الـ sum

* بالنسبة لـ canneng :

↓

(الجمع كل i و j ثابتة) $X_{11} + X_{12} + X_{13} + X_{14} = 75$

$X_{21} + X_{22} + X_{23} + X_{24} = 125$

$X_{31} + X_{32} + X_{33} + X_{34} = 100$

$\sum_{j=1}^{4} X_{ij} = O_i \quad \forall i$ ←

O_i = output of canneng i .

$X_{ij} \geq 0 \quad \forall ij$

Scanned with CamScanner

المعروض أقل بكتير المساواة (أقل من أو يساوي) ، يبقى بقدر أصغر أقل من الـ capacity لكل cannery . ولكن بما إنه الـ sum الـ canneries مساوي لـ sum الـ allocated quantities for the warehouses بقدر أشيل المساواة وعادي أفترض إنه الجواب integer

* يعني عادي بحله حال linear programming مش حاكه الـ integer LP و راح تطلع قيم الـ X_{ij}

if the allocated is less than the canneries (outputs) we add a dummy (dummy warehouse)

* لو الـ 3rd cannery بتنتج 100 مثلاً 50 بس

Cannery \ warehouse	1	2	3	4	
1				75	المصانع غير متساوية ، ما راح نقدر
2				125	نكتب الـ standard transportation
3				100 50	problem بإشارات الـ equality
	80	65	70	85	فراح نضيف dummy cannery
	مجموعهم 300			مجموعهم 250	إلنه هو فيه النقص (the output) قيمته 50 عشان يتساوو

* شو أعط dummy cannery ؟ shipping cost الـ

بحطه M لأنه من يأخذ الـ min cost بالـ other warehouses

* يعني لو بتنتج 80 و مطلوب أنتجي 100 لـ warehouses ، بوزعي الـ 80 لـ warehouse إي كلفة بإخلال العقد معه أقل .

* الـ dummy يا صفر يا M ، ما في قيمة تانية (big M)

القيم بالجدول من عندها بس للشرح

Cannery \	1	2	3	4
1	300	1000		75
2	100	2000		125
3	200	3000		50
dummy	M	M		50
	80	65	70	85

Five Apple

Scanned with CamScanner

من الـ warehouse الأول راح نعطيه الـ full quantity من كل الـ canneries لإنه الـ shipping cost إله قليلة، أمّا الـ warehouse الثاني راح نعطيه من الـ dummy cannery لإنه الـ cost إله عالية.

هلأ بالحياة العملية الـ M هاي مش موجودة، بس كل الهدف إنه نقلّي الـ mathematical model يروح الـ shipping cost مش الـ max، عشان أوفّر كلي إنه ادفعها، لإنه أنا ما عندي ياها بالحقيقة أصلاً

problem : An example with a dummy destination (table 9.7)

أ) أوّل إشي لازم نكتب الـ transportation table

months to be Produced engins	months to be install eng 1	2	3	4	Dummy	
1	1.08	1.08+0.15	1.08+2*0.15	1.08+3*0.15	0	25
2	M	1.11	1.11+0.15	1.1+2*0.15	0	35
3	M	M	1.1	1.1+0.15	0	30
4	M	M	M	1.13	0	10
	10	15	25	20	30	

لـ ليصير و العجاميع 100 آلاف وحدة

بدي أعرّف Parameter لديكتب الـ Mathematical model

Cost of producing an eng in month i & installing it in month j : C_{ij}

$$Z = \sum_{i=1}^{4} \sum_{j=1}^{5} C_{ij} X_{ij}$$ ← the cost ; 5 ← كشان الـ dummy

Sub to :

$p_i = 25, 35, 30, 10$ ← بجمع كل الـ j

$$\sum_{j=1}^{5} X_{ij} = P_i \quad \forall i$$ ← 4 constraints

* quantity Produced in month i

* quantities to be installed

$$\sum_{i=1}^{4} X_{ij} = D_j \quad \forall j$$ ← 5 constraints

Five Apple

D_j

$X_{ij} \geq 0 \quad \forall i, \forall j$

Scanned with CamScanner

* problem 9.1.6)

* لما بدي أعمل Combination بين شغلتين Imposible

1) the parameters table : بكتب $-M$

plant \ customer	1	2	3	4	supply
1	800	700	500	200	60
2	500	200	100	300	80
3	600	400	300	500	40
demand	40	60	at least 20	at least zero	

↳ بقدر ياخد قدما بده تو وهاي إشي

* هاد الـ supply مجموعهم = 180

والـ demand مجموعهم = 120

شو بعمل ؟

بدي آشوف كم كل customer بقدر ياخد min و max

min	40	60	20	0	sum = 120
max	40	60	80	60	sum = 240

* بدي اشتغل حالي max وآخده ، وأضيف dummy plant

مثال الـ demand :

demand :	40	60	80	60

↳ هاي في 20 ½

dummy منهم actual products ، ممنوع آخدهم من الـ

و الـ dummy ما بنتج ، بحط (-M) عشان آخير الـ Prog (commitment) مكتوب بالسؤال ما_بدو إله نهائي

واحد 20 و واحد 60 وعادي الـ 60 تاخدهم الـ dummy ½

صار الجدول هيك

plant \ customer	1	2	3	3 extra	4	supply
1	800	700	500	500	200	60
2	500	200	100	100	300	80
3	600	400	300	300	500	40
dummy 4	-M	-M	-M	0	0	60
demand	40	60	80 ½ 20	60	60	

↳ مارح تعمله

this is called the parameter table

Five Apple

Scanned with CamScanner

Dv:

X_{ij} = # of units to be sent from plant i to customer j $\begin{cases} i=1,2,3,4 \\ j=1,2,3,4,5,6 \end{cases}$

Max $Z = \sum_{i=1}^{4}\sum_{j=1}^{5} P_{ij} X_{ij}$ → for the profit

sub to.

$\sum_{j=1}^{5} X_{ij} = S_i \quad \forall i$ → supply

for customers $\sum_{i=1}^{4} X_{ij} = A_j \quad \forall j$

$X_{ij} \geq 0 \quad \forall i \& \forall j$

Problem 9.1.9)

↳ regular over بدي أفصل كل شهر لـ (take it as 6 units of production)

5/3

product 1 ↩ ↪ product 2

		1	2	3	4	5	6 شهر زيادة للإستهلاك	
	Product / month	$1P_1$	$2P_1$	$3P_1$	$1P_2$	$2P_2$	$3P_2$	dummy
1	1 RT	15	15+1	15+1+2	16	16+2	16+2+1	0
2	1 OT	18	18+1	18+1+2	20	20+2	20+2+1	0
3	2 RT	M	17	17+2	M	15	15+1	0
4	2 OT	M	20	20+2	M	18	18+1	0
5	3 RT	M	M	19	M	M	17	0
6	3 OT	M	M	22	M	M	22	0
		5	3	4	3	5	4	12

اصفار عشان ما تلبوم شروط

Five Apple

Scanned with CamScanner

* assignment problem : (prototype example)

* بال table 9.24 بالفرنجي نحط M لإنه cost

* حطينا dummy machine لإنه هي حطيتها تكمل الجدول بس وهي ما إلها cost أصلاً.

DV: X_{ij} : { 1 if machine i is assigned to location j ; 0 otherwise

Obj: min cost $Z = \sum_{i=1}^{4} \sum_{j=1}^{4} c_{ij}$ → افتصار لو نكتب $13X_{11} + 16X_{12} + \dots + 0X_{44}$

c_{ij} = parameter of assigning the cost for machine i to location j

Sub to:

$X_{11} + X_{12} + X_{13} + X_{14} = 1$
$X_{21} + X_{22} + X_{23} + X_{24} = 1$
$X_{31} + X_{32} + X_{33} + X_{34} = 1$
$X_{41} + X_{42} + X_{43} + X_{44} = 1$

→ only one location for one of the machine

$X_{11} + X_{21} + X_{31} + X_{41} = 1$
$X_{12} + X_{22} + X_{32} + X_{42} = 1$
$X_{13} + X_{23} + X_{33} + X_{43} = 1$
$X_{14} + X_{24} + X_{34} + X_{44} = 1$

→ $\sum_{i=1}^{4} X_{ij} = 1 \quad \forall j$

* لما أي قيمة من الـ dummy تاخذ value معناها that location will be empty X_{4j}

→ $\sum_{j=1}^{4} X_{ij} = 1 \quad \forall i$

the parameters table is:

machines \ locations	1	2	3	4
1				1
2				1
3				1
4 (dummy)				1

the cost

Five Apple

1 1 1 1

Scanned with CamScanner

problem 9.3.2) عدد الـ ports = عدد الـ ships، معاه فش داعي لـ dummy

$X_{ij} = 1$ if ship i is assigned to port j

0 otherwise

parameters:

C_{ij} = cost of assigning ship i to port j

obj: min cost

$$Z = \sum_{i=1}^{4}\sum_{j=1}^{4} C_{ij} * X_{ij}$$

each ship is allocated to 1 of the two ports

each port can take 2 ships

بحط بالجدول 2 بدل 1 مش أكتر

$$\sum_{i=1}^{4} X_{ij} = 1 \quad \forall j$$

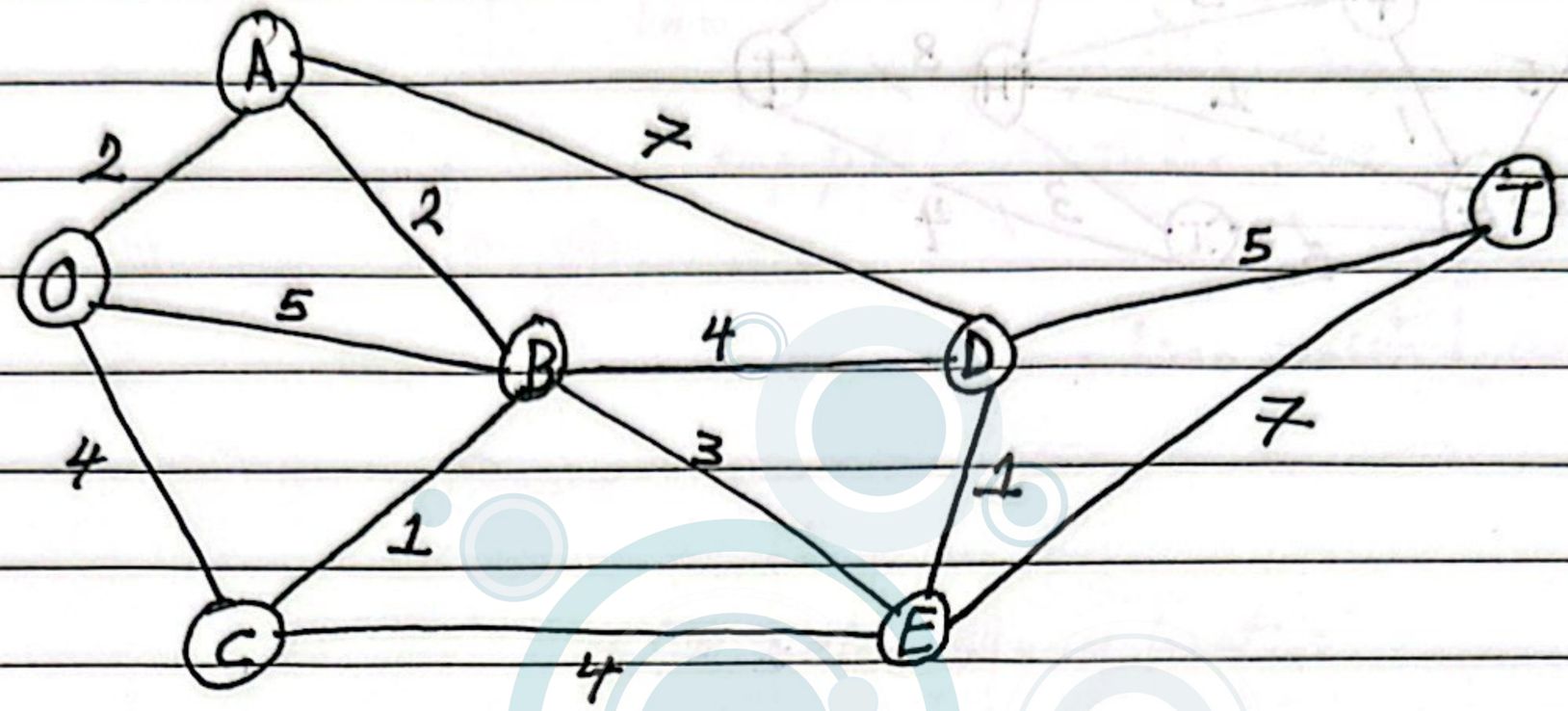
$$\sum_{j=1}^{4} X_{ij} = 1 \quad \forall i$$

Five Apple

Scanned with CamScanner

* Chapter 10 : " the prototype example 10.1

1.) Shortes path problem :



OABDT = 13 OR OABEDT = 13

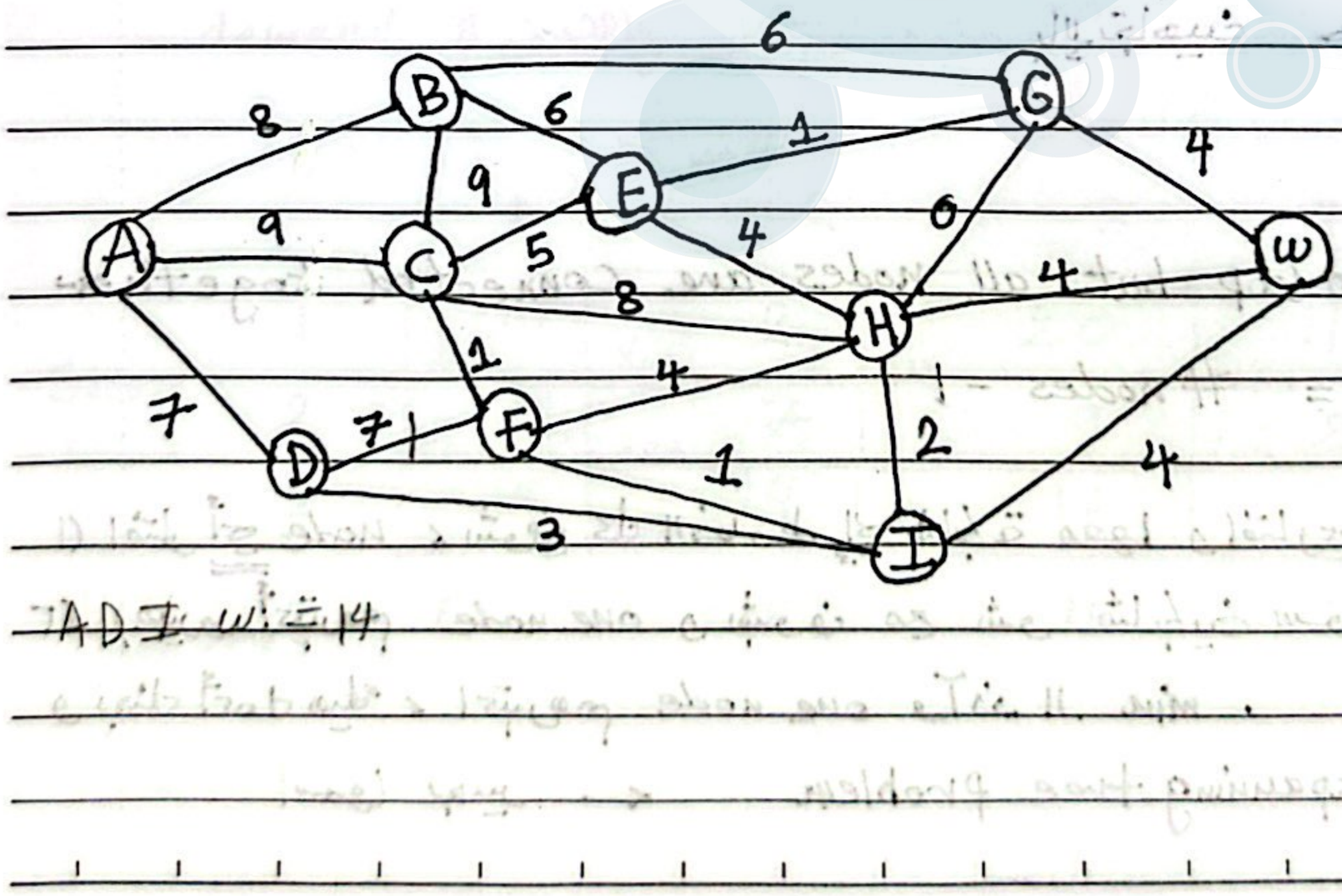
هلأ لو كان بالسؤال إنه هدول الـ nodes بيمثلو الـ attractive places you O → T بدك تزور

Want to visit → بنأمن الأكتر

* لو Places where you have to pay بختار الطريق إلي فيه أقل nodes .

بأخذ سؤال مرة

* Ex :

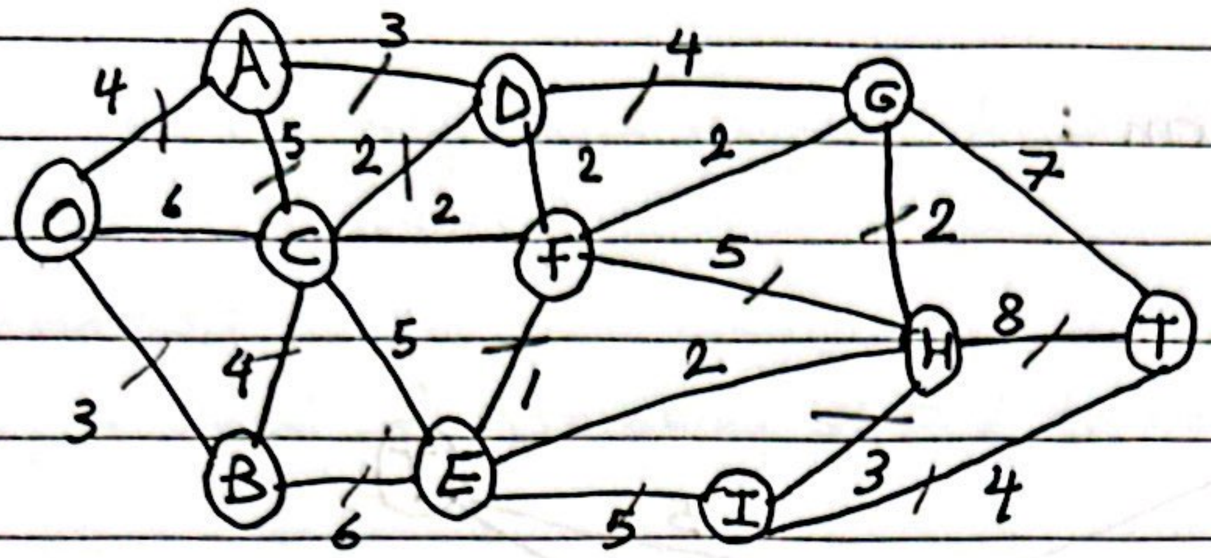


TADI: W: 14

Five Apple

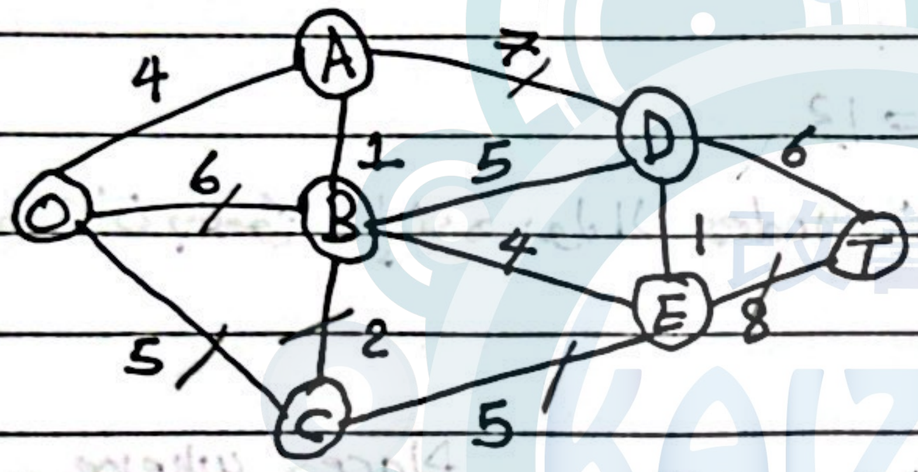
Scanned with CamScanner

Ex:



OCFGT = 17

Ex:



OABDT = 16 OR OABEDT = 16

undirected network → بالإتجاهين الأسهم

2) Spanning tree : no loop but all nodes are connected together

↳ lines # = # nodes - 1

١) اختار أي node ، شوفي كل الخطوط إلي بشابكة معها واختاري الـ min .

٢) بصيرو أعتبرهم one node و بشوف مع شو شابكين سوا برضه و بختار الـ min .

و بضل أعمل هيك ، اعتبرهم one node و آخذ الـ min .

the min spanning tree problem ← اسمها بصير

Five Apple

هاي بتعمل الـ nods connected ←

إلي قبلها كان بهموا الـ shortest distance .

Scanned with CamScanner

3) The max flow :

بعض النظر كم المسافة طلعت ، المهم عندي أقصى عدد من الـ units .

1) اختار أي path بين النقطتين اللي بدك ياهم ، وفد الـ $\min_{flow}$.
2) بخوف كمان path وبعمل نفس الإشي .
3) بضل أعمل هيك لحد تسكر عندي الـ supply .
(يعني يبطل فيه طريق)
4) بجمع كل المسافات اللي طلعت معنا .

* the self study part :

* كنا ٣ طرق بقدر استخدمهم لإيجاد الـ initial feasible solution لـ transportation problem

1) Northwest - corner method
2) least cost method
3) Vogel approximation method

* رح نطبق الـ ٣ طرق على نفس المثال التالي :
بس أول خطوة لازم قبل ما نطبق ، نتأكد من مساواة الـ supply لـ الـ demand .

Silo \ mill	1	2	3	4	supply
1	x_{11} 10	x_{12} 2	x_{13} 20	x_{14} 11	15
2	x_{21} 12	x_{22} 7	x_{23} 9	x_{24} 20	25
3	x_{31} 4	x_{32} 14	x_{33} 16	x_{34} 18	10
demand	5	15	15	15	50 ← total sum

Five Apple

Scanned with CamScanner

* طريقة North-west corner :

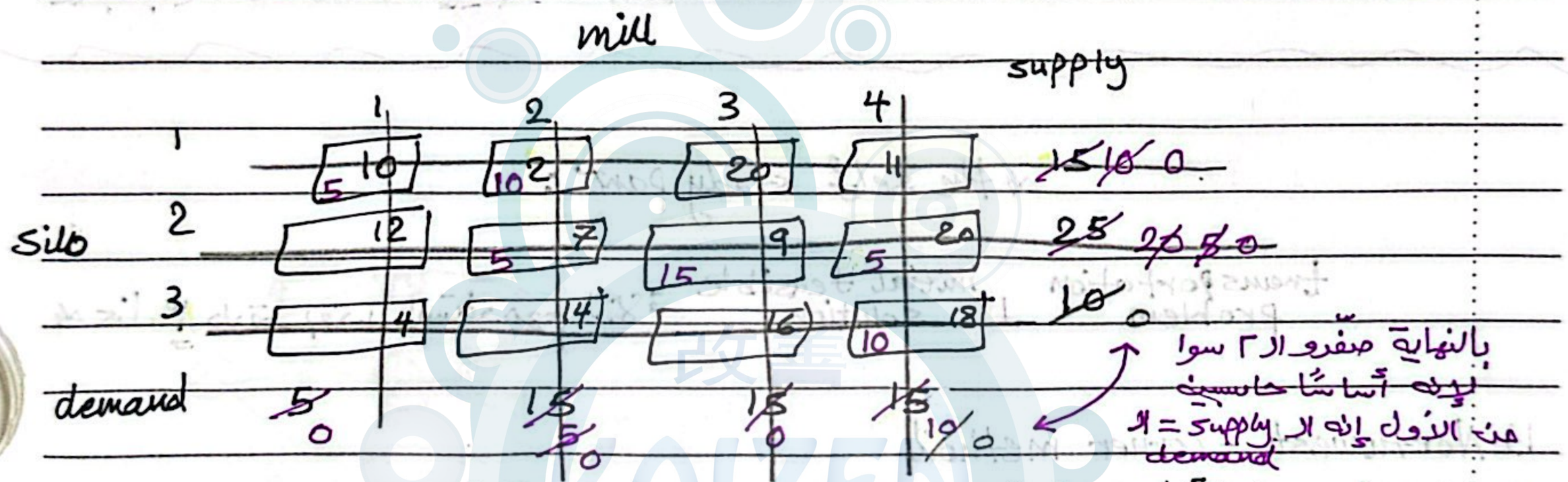
١) حدد الـ cell إلي جاي بزاوية أقصى الشمال الغربي ، إلي هي X_{11} بالجدول هون

٢) القيمة الـ max إلي بتقدر تاخدها هي الـ min بين الـ supply والـ demand ، إلي هي هون

(the max quantity to give to the var X_{11} is 5) = 5

يعني بقدر من الـ supply الأول أنبعت max ← 5 شامنات للأول destination .

معناها $X_{11} = 5$ ، فالـ demand لوديك الـ cell صار صفر فالـ supply صار ١٥



المين الـ demand الأول destination تحققت (إكتفى) ، بشطبه العامود

الحين بنرجع نفيد ، مين الـ north west corner ، إلي هي X_{12} ، بنأخذ الـ min ، صفّر الـ supply الأول ، بشطبه من الحل ، وبروح الـ cell إلي فلّو عندي وبختار الـ north west corner

* the started basic sol → $X_{11}=5$ ، $X_{12}=10$ ، $X_{22}=5$ ، $X_{23}=15$

$X_{24}=5$ ، $X_{34}=10$.

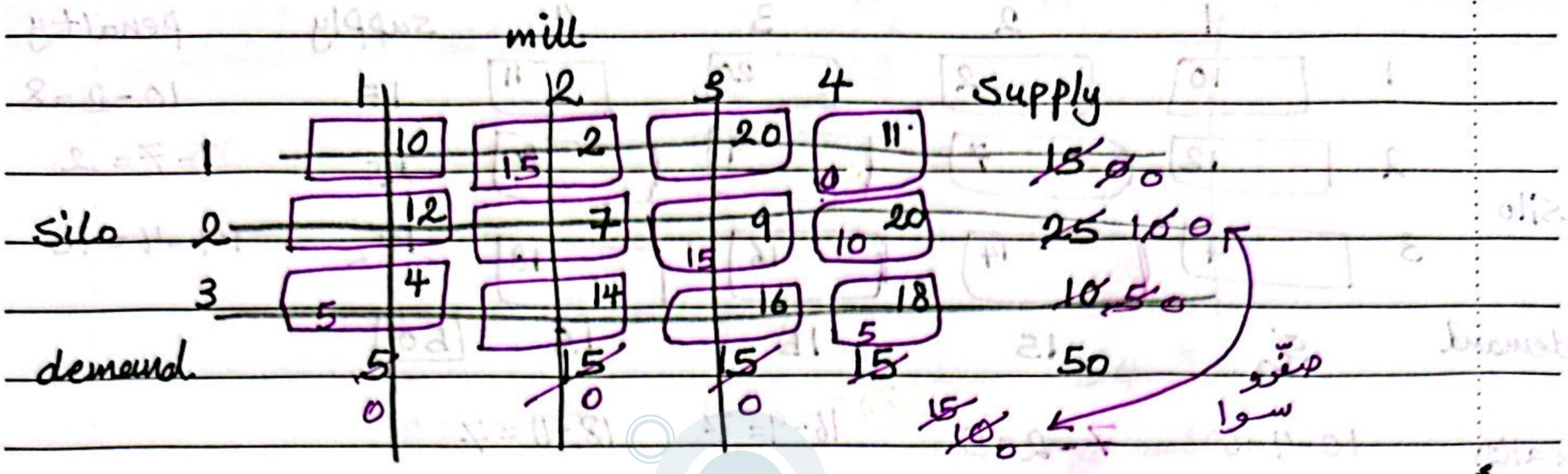
* the associated cost of the schedule :

$Z = 5*10 + 10*2 + 5*7 + 15*9 + 5*20 + 10*18 = 520\$$

Five Apple

Scanned with CamScanner

طريقة least cost method :



* أول إشي الـ supply = الـ demand

* بنشوف مين الـ cell إلي فيها أقل cost بينوم كلوم ، إي هي 2 ، بنأخذ الـ min ما بين الـ supply والـ demand . هلأ هون صدفت متساويين ، ما بتقلبوم الـ 2 ، بتشطبو يا row يا column فقط

* بروح بعيد كمان مرة بنفس الإشي .

* Starting sol consisting of $BV_s \rightarrow X_{12} = 15$ ، $X_{14} = 0$ ، $X_{23} = 15$ ، $X_{24} = 10$ ، $X_{31} = 5$ ، $X_{34} = 5$.

* The associated cost of the schedule

$$Z = 15*2 + 0*11 + 15*9 + 10*20 + 5*4 + 5*18 = 475\$$$

* مش معنى إنه هون الـ cost كان أقل يعني هاي أحسن من إلي قبل ، لأنه هاد مش feasible sol . وهاد الـ optimality check الـ optimal ، لو كملنا وهاد هيك فوقتها بنحكم .

Five Apple

Scanned with CamScanner

طريقة ال Vogel (VAM)

mill

silo \ mill	1	2	3	4	supply	penalty
1	10	2	20	11	15	10-2=8
2	12	7	9	20	25	9-7=2
3	4	14	16	18	~~10~~ 5	14-4=10
demand	~~5~~ 0	15	15	15	50	
Penalty	10-4=6	7-2=5	16-9=7	18-11=7		

- بنأخد بكل عامود وطرح أقل قيمتين وبنطرحهم من بعض ، القيمة الناتجة اسمها penalty
- بنشوف مين ال largest penalty بينهم كلهم.

3	4	14	16	18	10	10

بأخد أصغر cell (the smallest unit cost cell) cell

- بقطيه ال min ما بين ال supply و ال demand وبشطبه
- إلي شطبت كليه بطلع من الحسابات وبحسب penalties جديدة إلهم

2	20	11	11-2=9	~~15~~ 0
~~7~~	9	20	9-7=2	25
14	16	18	16-14=2	5
~~15~~ 0	15	15		
7-2=5	16-9=7	18-11=7		

الشطبه واحد بس

بنرجع نعيد

20	11	0	8	
9	20	~~25~~ 10	11	✓
16	18	5	2	
~~15~~ 0	15			
7	7			

بنرجع نعيد

11	0 0		
20	10		
18	5		
15 15			

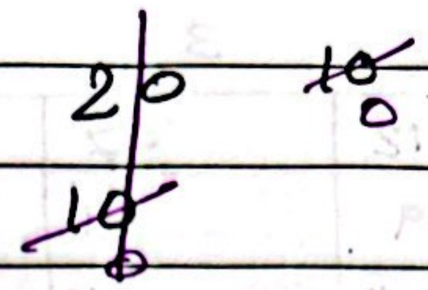
Five Apple

Scanned with CamScanner

20 10

18 ~~5~~ ~~0~~

~~15~~ 10



$X_{12} = 15$ $X_{14} = 0$ $X_{34} = 5$

$X_{23} = 15$ $X_{31} = 5$ $X_{24} = 10$

$Z = 15*2 + 0*11 + 15*9 + 10*20 + 5*4 + 5*18 = 475\$$ } BV

زي ار ↩ least cost

* باقي الـ variables هنة non Basic وكلهم صفر

* طريقة [Russell]:

1) find the highest cost of value for each row and column.
2) Subtract each cost value on the columns and rows at their highest cost.
3) Select the cell with the greatest negative value from the calculation of step 2 and then allocates goods or products on the cell.
4) Repeat untill all products are distributed.
5) if allocation has been completed, then calculate the distribution cost.

	1	2	3	4	supply	highest values
1	3	1	7	4	300	7
2	2	6	5	9	400	9
3	8	3	3	2	500	8
demand	250	350	400	200		
	8	6	7	9		

highest values

Five Apple

Scanned with CamScanner

	1	2	3	4	supply
1	-12	300 -12	-7	-12	300 0
2	250 -15	50 -9	100 -11	-9	400 150 50
3	-8	-11	300 -12	200 -15	500 300 0
demand	250 0	350 50 0	400 100 0	200 0	

3 - (7+8) = -12	2 - (9+8) = -15	8 - (8+8) = -8
1 - (7+6) = -12	6 - (9+6) = -9	3 - (8+6) = -11
7 - (7+7) = -7	5 - (9+7) = -11	3 - (8+7) = -12
4 - (7+9) = -12	9 - (9+9) = -9	2 - (8+9) = -15

* total cost :

250(2) + 300(1) + 50(6) + 100(5) + 300(3) + 200(2) = 2900

Scanned with CamScanner